

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**SIMULAÇÃO DO FENÔMENO DO CONE DE GÁS
EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO UTILIZANDO O MRST
E CONTROLE POR PLANICIDADE DIFERENCIAL**

Marco Emílio Rodrigues Miranda

Brasília, dezembro de 2016



**ENGENHARIA
MECATRÔNICA**
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**SIMULAÇÃO DO FENÔMENO DO CONE DE GÁS
EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO UTILIZANDO O MRST
E CONTROLE POR PLANICIDADE DIFERENCIAL**

Marco Emílio Rodrigues Miranda

*Relatório submetido como requisito parcial de obtenção
de grau de Engenheiro de Controle e Automação*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Eugênio L. F. Fortaleza, ENM/UnB <i>Orientador</i>	_____
Prof. Dr. Adriano Possebon Rosa, ENM/UnB <i>Examinador interno</i>	_____
Prof. Dr. Adolfo Bauchspiess, ENE/UnB <i>Examinador externo</i>	_____
MSc José Oniram A. L. Filho, PPMEC/UnB <i>Examinador</i>	_____

Brasília, dezembro de 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

MIRANDA, MARCO EMÍLIO RODRIGUES;

Simulação do Fenômeno do Cone de Gás em Reservatório de Petróleo utilizando o MRST e Controle por Planicidade Diferencial,

[Distrito Federal] 2016.

x, 57p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2016). Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília.Faculdade de Tecnologia.

1. Cone de Gás

2. Controle de Reservatório

3. Teoria de Planicidade Diferencial

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Controle e Automação,,,

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MIRANDA, MARCO EMÍLIO RODRIGUES, (2016). Simulação do Fenômeno do Cone de Gás em Reservatório de Petróleo utilizando o MRST e Controle por Planicidade Diferencial. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-*n*º27, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 57p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Marco Emílio Rodrigues Miranda

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Simulação do Fenômeno do Cone de Gás em Reservatório de Petróleo utilizando o MRST e Controle por Planicidade Diferencial.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2016

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Marco Emílio Rodrigues Miranda

Rua 800, QS 7, Lote 14, Apartamento 202, Areal (Águas Claras).

71971-540 Brasília – DF – Brasil.

Dedicatória

Dedico a menina muito especial!

Marco Emílio Rodrigues Miranda

Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer primeiramente ao Seu Enio e a Dona Ilma, a quem eu tenho o orgulho e privilegio de chamar de pai e mãe. Muito obrigado por tudo o apoio, emocional, psicológico e também financeiro. A minha irmã e a minha avó, Dona Irene.

Gostaria também de agradecer ao Prof. Eugênio Fortaleza pela oportunidade e pela ajuda, assim como o MSc. Gustavo Gontijo, que fez as simulações com o outro método numérico. Um grande agradecimento para o MSc José Oniram Limaverde, pela grande ajuda com o entendimento de sistemas diferencialmente planos.

Gostaria de agradecer à Maria pela ajuda que me deu, principalmente no final.

Gostaria de agradecer a todos da Vigésima Sétima Turma de Engenharia Mecatrônica - Controle e Automação da Universidade de Brasília, foram mais de seis anos reclamando e ouvindo reclamações, e rindo ao final do dia.

A todos os amigos que fiz aqui na UnB, aqui em Brasília, em Melbourne, em Goiânia e em Palmeiras de Goiás, em especial ao Geovanne, grande amigo

Marco Emílio Rodrigues Miranda

RESUMO

Dentro do escopo de simulação de reservatório de petróleo que estejam sob o efeito do fenômeno do cone de gás, esse trabalho apresenta um comparativo entre um dos métodos numéricos do MRST (*MATLAB Reservoir Simulation Toolbox*) e o Método de Elementos de Contorno, juntamente com dados experimentais presentes na literatura. Além dos resultados de todo esse conjunto, apresenta-se uma análise acerca dos efeitos da discretização e da variação do passo de tempo à nível de simulação. Depois de validado, o MRST é utilizado como ferramenta tanto para identificação de um modelo não-linear, que representa a dinâmica do fenômeno do cone de gás, como para o desenvolvimento de uma lei de controle a partir da teoria de planicidade diferencial que estabiliza a posição do nó central da interface entre os fluidos presentes no reservatório.

Palavras Chave: Simulação, Reservatório de Petróleo, Cone de Gás, Identificação de Sistemas Dinâmicos, Teoria de Planicidade Diferencial.

ABSTRACT

Within the scope of oil reservoir simulation, which apply effort on gas cone phenomenon, this paper offers a comparison between two numerical methods: MRST (MATLAB Reservoir Simulation Toolbox) and BEM (Boundary Elements Method), in addition with data from experiments found at other papers. Furthermore to the results, is presented a brief analysis about the effects of discretization and time step variation at simulation level. After validation, MRST is used as a tool to identify a nonlinear model that represents the dynamics of the gas cone phenomenon and to develop a control law from flatness control theory that stabilizes the position of the central node of the interface between fluids present in the reservoir.

Keywords: Simulation, Oil Reservoir, gas coning, dynamical systems identification, differentially flatness theory

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	2
1.3	OBJETIVOS DO PROJETO	3
1.4	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	3
2	AMBIENTE DE SIMULAÇÃO PARA RESERVATÓRIOS	5
2.1	MATLAB RESERVOIR SIMULATION TOOLBOX	5
2.2	DISCRETIZAÇÃO	5
2.2.1	APROXIMAÇÃO POR FLUXO ENTRE DOIS PONTOS	6
2.2.2	DESCRIÇÃO DA GEOMETRIA	8
2.3	PARÂMETROS FÍSICOS.....	9
2.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO	10
2.5	CONDIÇÕES INICIAIS	11
2.6	MÉTODO NUMÉRICO	12
3	SISTEMA DE CONTROLE	13
3.1	INTRODUÇÃO	13
3.2	IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DO FENÔMENO DO CONE DE GÁS	13
3.3	CONTROLE DE TRAJETÓRIA POR PLANICIDADE DIFERENCIAL	14
4	RESULTADOS	16
4.1	INTRODUÇÃO	16
4.2	DISCRETIZAÇÃO	16
4.3	VALIDAÇÃO.....	20
4.4	IDENTIFICAÇÃO.....	22
4.5	DESEMPENHO DO SISTEMA DE CONTROLE	28
5	CONCLUSÃO	40
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41
	ANEXOS.....	42

LISTA DE FIGURAS

1.1	Cone de água [1].	1
1.2	Aparato experimental do cone de gás.	2
2.1	Representação das células para a derivação do TPFA. Adaptado de [2].	7
2.2	Célula Hele-Shaw. Adaptado de [3].	8
2.3	Condições de contorno [4].	10
4.1	Discretização com fator de 50 células por metro.	16
4.2	Discretização com fator de 100 células por metro.	17
4.3	Discretização com fator de 150 células por metro.	17
4.4	Discretização com fator de 200 células por metro.	17
4.5	Discretização com fator de 250 células por metro.	18
4.6	Discretização com fator de 300 células por metro.	18
4.7	Discretização com fator de 350 células por metro.	18
4.8	Discretização com fator de 400 células por metro.	19
4.9	Discretização com fator de 450 células por metro.	19
4.10	Discretização com fator de 500 células por metro.	19
4.11	Comparação das alturas de cada discretização.	20
4.12	Pressão inicial do reservatório.	20
4.13	Saturação inicial do reservatório.	21
4.14	Pressão final do reservatório.	21
4.15	Comparativo entre MRST e BEM.	21
4.16	Comparações entre os gráficos de recuo do nó deslocado 6 mm do nó central do cone.	22
4.17	Amostras usadas na identificação e suas respectivas respostas ao degrau.	24
4.18	Relação vazão com a altura do nó central.	25
4.19	Relação ganho estático K_p com a altura do nó central.	25
4.20	Relação constante de tempo τ com a altura do nó central.	26
4.21	K_A e K_B .	26
4.22	Regressão polinomial de K_B .	27
4.23	Regressão polinomial de K_A .	27
4.24	Parábola.	28
4.25	Evolução temporal de y_C a referência.	29
4.26	Evolução temporal do sinal de controle q .	29
4.27	Evolução temporal da superfície livre.	30

4.28	Evolução temporal do erro para a referência.	30
4.29	Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 1 segundo.	31
4.30	Evolução temporal do sinal de controle q , com um passo de 1 segundo.	31
4.31	Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 1 segundo.	32
4.32	Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 1 segundo.	32
4.33	Interface estabilizada para menor referência -0.2782, e as amplitudes da oscilações para a primeira referência, com um passo de 1 segundo.	33
4.34	Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 0,5 segundos.	33
4.35	Vazão q para com duas referências, com um passo de 0,5 segundos.	34
4.36	Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 0,5 segundos. .	34
4.37	Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 0,5 segundos...	35
4.38	Interface estabilizada para cada uma referências, com um passo de 0,5 segundos.	35
4.39	Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 0,25 segundos.	36
4.40	Vazão q para com duas referências, com um passo de 0,25 segundos.	36
4.41	Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 0,25 segundos.	37
4.42	Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 0,25 segundos.	37
4.43	Interface estabilizada para cada uma referências.	38
4.44	Evolução temporal da interface até altura crítica.	38
4.45	Posição de y_C para referência 0,4383 m , com um passo de 0,5 segundos.	38
4.46	Vazão q para referência 0,4383 m , com um passo de 0,5 segundos.	39
4.47	Evolução temporal do erro.	39

LISTA DE TABELAS

2.1	Propriedades dos fluidos	10
4.1	Quantidade total de células	19
4.2	Valores das amostras geradas para a identificação	23
4.3	Coefficientes da função de transferência	27

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

q	Vazão	$[\text{m}^3/\text{s}]$
K_{hc}	Condutividade hidráulica	$[\text{m}/\text{s}]$
g	Gravidade	$[\text{m}/\text{s}^2]$
k	Permeabilidade	$[\text{m}^2]$
K_p	Ganho estático	
y_C	Altura do Nó Central	$[\text{m}]$
p	Pressão	$[\text{Pa}]$
T	Transmissibilidade	$[\text{m}^2]$
b	Área da placa utilizada na célula Hele-Shaw	$[\text{m}^2]$
\vec{v}	Velocidade do fluido	$[\text{m}/\text{s}]$
\vec{n}	Vetor normal à superfície	
x	Estados do sistema	
u	Entrada do sistemas	
z	Saídas planas	
v_{ik}	Escoamento	$[\text{m}^3/\text{s}]$
ds	Elemento infinitesimal de superfície	$[\text{m}^2]$
dx	Elemento infinitesimal de posição	$[\text{m}]$

Símbolos Gregos

∇	Operador nabla	
Ω	Conjunto de células	
Γ	Meia face	
π	Pressão exterior	$[\text{Pa}]$
ν	Variável de controle	
ρ	Massa específica	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
τ	Constate de tempo	$[\text{s}^{-1}]$
ϕ	Porosidade de um rocha	
ζ	Função das saídas planas no sistema	

Subscritos

C	referência do nó central
hc	hidráulica
d	desejado
i, k	índices de células
$1, 2, 3, 4, 5$	índices dos ganhos

Sobrescritos

\cdot	Variação temporal
\rightarrow	Grandeza vetorial
$*$	Valor desejado

Siglas

MRST	<i>MATLAB Reservoir Simulation Toolbox</i>
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
CPR	<i>Constrained Pressure Residual</i>
GMRES	<i>Generalized Minimal Residual Method</i>
ADI	<i>Alternate Direction Implicit</i>
BEM	<i>Boundary Elements Method</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
SINTEF	<i>Stiftelsen for industriell og teknisk forskning</i>
ICT	<i>Information and Comunitation Tecnology</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

Considerado umas das atividades mais relevantes para a economia mundial, a extração de petróleo em águas profundas tem o Brasil como destaque devido aos importantes avanços em tal prática desde a descoberta do Pré-sal em 2007 [5]. Dentro deste contexto, a engenharia de reservatórios, uma área da engenharia de petróleo, estuda basicamente a retirada dos fluidos do interior das rochas, de modo que eles possam ser conduzidos até a superfície.

A simulação de reservatórios começou em meados de 1950 e desde então vem se tornando uma ferramenta de grande importância na resolução de problemas da indústria do petróleo [6]. Uma vasta gama de fenômenos que acontecem no interior do reservatório são de grande dificuldade de se reproduzir experimentalmente devido tanto à sua complexidade de modelagem, ou como a restrições físicas (e.g. recriar condições ambientais e características do fluido no interior da rocha)., como recriar a pressão ou mesmo a rocha presente no reservatório.

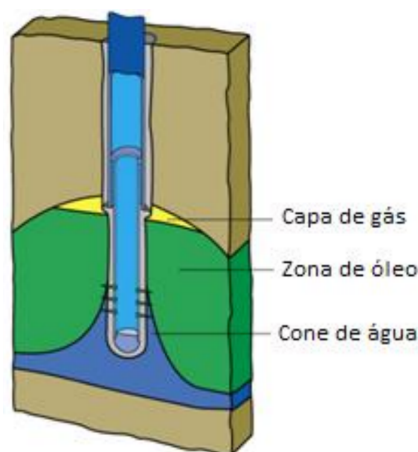


Figura 1.1: Cone de água [1].

Dentre esses fenômenos, pode-se citar o fenômeno do cone de água representado pela Figura 1.1 abaixo. É caracterizado, como sugere o nome, pela formação de um cone de água como resultado do deslocamento preferencial da água em relação ao óleo quando um gradiente de potencial é induzido pela extração de óleo no poço [1]. O gradiente é gerado de maneira radial no reservatório e por isso estende-se até a zona de água gerando um formato cônico. Além disso, a diferença de viscosidade entre os fluidos implica na invasão da zona de água na zona de óleo. À medida que o cone se forma, há um aumento da relação entre a água e o óleo produzido, o que é altamente indesejável.

A partir dos anos 2000, serão investidos mais de 40 bilhões de dólares americanos para lidar com o tratamento de água produzida [7]. O aumento da relação água-óleo provoca não só uma redução na produtividade do poço, mas também um aumento no custo de separação no processamento primário do petróleo. Para valores muito altos dessa relação, a produção pode ser inviável.

Analogamente o cone de gás, também presente em reservatórios de petróleo, pode ser estudado utilizando-se dos mesmos princípios físicos e métodos numéricos, porém sendo de menor complexidade para reproduzir um cenário similar com aparatos experimentais. A motivação da escolha pelo cone de gás e não ao de água se dá por: a não necessidade do armazenamento do ar, menor risco e incêndios (líquidos imiscíveis em água geralmente tem risco de combustão). Tal aparato experimental, visto abaixo, é projetado em [6] e utilizado por [8] para a criação e validação das leis de controle.

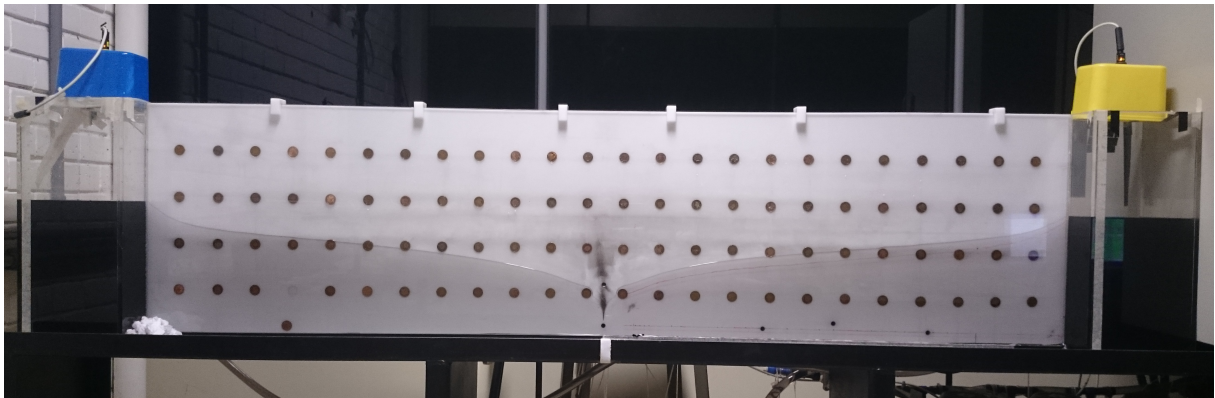


Figura 1.2: Aparato experimental do cone de gás.

1.2 Revisão Bibliográfica

Esta seção tem como objetivo descrever diferentes trabalhos encontrados na literatura que auxiliaram a fundamentação deste trabalho. A revisão bibliográfica realizada durante todo o concepção do trabalho englobou os seguintes tópicos: simulação numérica de reservatórios de petróleo, modelagem do fenômeno do cone de gás e controle de sistemas mecânicos através de planicidade diferencial. O material relacionado a estes assuntos pode ser visto a seguir.

Estudos produzidos por [6] apresentam o desenvolvimento analítico do fenômeno de cone de água em regime permanente para bombeamento constante. Simulações numéricas utilizando o mé-

todo dos elementos de contorno (BEM do inglês *Boundary Elements Method*) foram realizadas para comparar com os resultados obtidos através do estudo analítico. Contudo suas simulações assumiram que não ocorria mistura entre as fases (óleo e água) correspondendo a uma hipótese muito conservadora em relação a realidade.

Em [4], esse fenômeno já é apresentado em sua forma dinâmica, cujo objetivo era propor uma lei de controle a partir de variáveis de interesse. Por outro lado a modelagem de uma das componentes do modelo não linear é feita de por uma regressão para uma função polinomial do primeiro grau, enquanto nesse trabalho é caracterizado com uma função polinomial quadrática, que fornecendo melhores resultados. As simulações também ocorrem utilizando o BEM como ferramenta numérica.

No trabalho [8] é introduzida a teoria de sistemas diferencialmente planos, onde é analisado a interface do fenômeno do cone de gás bidimensional. A estimação dos parâmetros é similar à [4], assim como a simulações também utilizando o BEM. Porém esse trabalho introduz um experimento validado com a teoria para a aplicação das leis de controle. Esse experimento é parte da fundamentação e da validação do trabalho aqui proposto.

Já em [9], apresenta-se a estratégia escolhida para a identificação do sistema nesse estudo. A partir da análise do comportamento dinâmico da interface entre os fluidos para diferentes vazões, é possível identificar um modelo não-linear que permite o projeto de um sistema de controle a fim de estabilizar a interface. Tal abordagem também será utilizada como estratégia de controle nesse trabalho. O modelo de controle implementado por Limaverde Filho *et al.* [9] foi utilizado também neste trabalho.

1.3 Objetivos do Projeto

Esse trabalho tem como objetivo principal a validação do MRST (*MATLAB Reservoir Simulation Toolbox*) como ferramenta para simulação do fenômeno do cone de gás bidimensional. Isso permite utilizar o MRST como uma nova plataforma para validação de controladores voltados para a problemática da extração de petróleo em reservatórios.

Essa validação, tanto para a simulação do fenômeno do cone de gás em reservatórios quanto para o sistema de controle proposto, se dará por meio de comparações com resultados analíticos, numéricos e experimentais de trabalhos já disponíveis na literatura.

1.4 Apresentação do Manuscrito

O trabalho está dividido em 5 Capítulos principais:

No Capítulo 1, apresenta-se uma visão geral, contextualização e motivações da criação da proposta de trabalho, revisão bibliográfica com trabalho correlatos e os objetivos do projeto.

No Capítulo 2, introduz-se o MRST e explica-se sua base de funcionamento, partindo da descrição da geometria, discretização do sistema, condições iniciais e de contorno aplicadas ao

método para resolução das equações que governam o sistema.

No Capítulo 3, faz-se uma breve introdução sobre Sistemas Diferencialmente Planos, assim como é explicada toda a modelagem envolvida na descrição do sistema de controle, tendo o foco na identificação e linearização do fenômeno do cone de gás

No Capítulo 4, apresenta-se os resultados da metodologia empregada tanto na descrição do problema usando o MRST, quanto dos resultados das etapas de identificação e controle. É feita a validação do MRST como ferramenta de simulação de fenômeno de cone de gás, como também são feitas comparações entre os próprios resultados gerados para uma análise de consistência em relação ao que é proposto nos objetivos.

No Capítulo 5, considerações finais a respeito do projeto e trabalhos futuros são discutidos.

Capítulo 2

Ambiente de Simulação para Reservatórios

2.1 MATLAB Reservoir Simulation Toolbox

O MRST foi criado e é mantido pelo grupo de Geociências Computacionais do Departamento de Matemáticas Aplicada do SINTEF ICT (do norueguês *Stiftelsen for industriell og teknisk forskning*, que significa Fundação pra Pesquisas Científicas e Industriais, Divisão de Tecnologias de Informação e Comunicação) com o intuito de reunir uma forma simplificada de descrever modelos matemáticos de escoamento em meios porosos com métodos numéricos usados nas discretização e resolução dos sistemas de equações diferenciais parciais relacionadas à esses sistemas em uma ferramenta *open-source* liberada sob a licença GNU General Public License desde 2009 [2].

O MRST possui uma vasta gama de aplicações diferenciadas aplicadas a reservatórios de petróleo, como por exemplo: diagnósticos de vazão, particionamento de reservatórios para diferentes propriedades, dados de reservatórios reais, simplificações de geometrias complexas, captura e injeção de dióxido de carbono (CO_2) em reservatórios profundos, métodos de resolução numérica de equações relacionadas à dinâmica do reservatório [2].

2.2 Discretização

O MRST utiliza algumas formas de discretização, e para aplicação desenvolvida nesse trabalho por consequência do método numérico usado, a forma de discretização selecionada foi Aproximação por Fluxo entre Dois Pontos (TPFA do inglês *Two Point Flux Approximation*). Em [2] é feita uma breve explicação entre as possíveis diferenças entre diferenças finitas e volumes finitos e, como em algumas literaturas, os dois tipos são tratados como sinônimos ou as vezes como o mesmo método. Por esse motivo e também pelo modo como os métodos numéricos contidos no MRST foram implementados, o TPFA é caracterizado como um método de volumes finitos em diferenças finitas.

2.2.1 Aproximação por Fluxo entre Dois Pontos

O método de discretização implementado no MRST é baseado na forma integral da equação (2.2) de modo que exista a conservação de massa em cada célula, conforme observado na equação (2.3), primeiramente, reescrevendo (2.2) na forma integral vista em abaixo, de modo que exista conservação de massa em cada célula.

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu}[\nabla p + \rho g \nabla z] \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = q \quad (2.2)$$

Sendo \vec{v} a velocidade de um fluido, q a vazão deste, K a permeabilidade (parâmetro que será elucidado na próxima sessão), μ a viscosidade dinâmica, g a aceleração da gravidade no eixo z e p a pressão.

$$\int_{\partial\Omega_i} \vec{v} \cdot \vec{n} ds = \int_{\Omega_i} q dx \quad (2.3)$$

Em (2.4), após a aplicação da Lei de Darcy (2.1)[1, 2], que é válida para escoamentos com velocidades baixas, número de Reynolds menores que um. Fazendo as simplificações necessárias, obtemos $\Gamma_{i,k}$ que é chamado de meias faces devido a cada célula Ω_i ter um vetor normal $\vec{n}_{i,k}$. Entretanto, como as células estão justapostas, cada meia face terá uma face gêmea com mesma área $A_{i,k} = A_{k,i}$ e normal com sentido oposto $\vec{n}_{k,i} = -\vec{n}_{i,k}$.

$$v_{i,k} = \int_{\Gamma_{ik}} \vec{v} \cdot \vec{n} ds, \quad \Gamma_{i,k} = \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_k \quad (2.4)$$

Aproximando a integral sobre a face da célula em torno do ponto central, obtêm-se que: equação (2.5), onde $\vec{x}_{i,k}$ é o centroide de $\Gamma_{i,k}$. A ideia principal para usar diferenças finitas unilateral é expressar o gradiente de pressão como a diferença entre a pressão $\pi_{i,k}$ no centroide da face e algum ponto dentro da célula.

$$v_{i,k} \approx A_{i,k} \vec{v}(\vec{x}_{i,k}) \cdot \vec{n}_{i,k} = -A_{i,k} (K \nabla p)(\vec{x}_{i,k}) \cdot \vec{n}_{i,k} \quad (2.5)$$

Para que isso seja verdadeiro algumas premissas são feitas. Assumindo que a pressão é constante dentro de cada célula, então essa pressão pode ser dada como a média da pressão p_i dentro da célula, como pode ser visto na Figura 2.1.

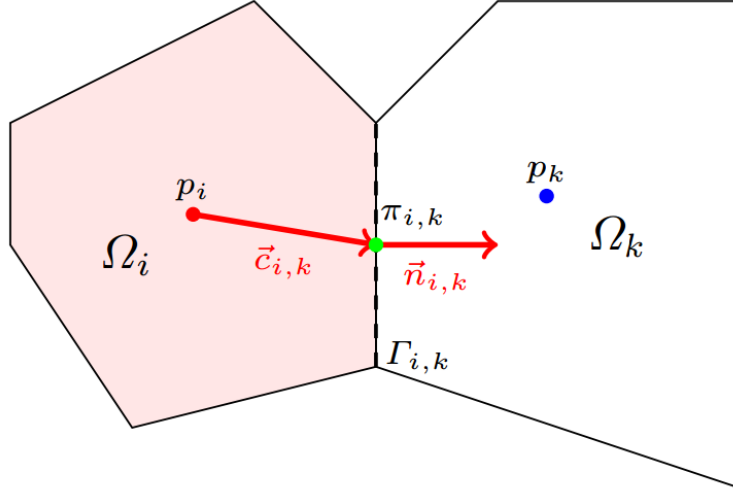


Figura 2.1: Representação das células para a derivação do TPFA. Adaptado de [2].

A partir disso introduz-se a transmissibilidade unilateral ou meia transmissibilidade $T_{i,k}$ associada a uma célula e fornecendo dois pontos, os quais são fornecidos para a construção da relação entre a vazão nas faces da célula, a diferença entre as pressões destas e dos centroides de cada face da célula. Portanto, a vazão pode ser descrita pela Equação (2.6).

$$v_{i,k} \approx A_{i,k} K \frac{(p_i - \pi_{i,k}) \vec{c}_{i,k}}{|\vec{c}_{i,k}|^2} \cdot \vec{n}_{i,k} = T_{i,k} (p_i - \pi_{i,k}) \quad (2.6)$$

Por fim, a discretização é imposta a lei da continuidade de vazão (2.7) e continuidade das pressões nas faces (2.8), resultando em (2.9).

$$v_{i,k} = -v_{k,i} = v_{ik} \quad (2.7)$$

$$\pi_{i,k} = \pi_{k,i} = \pi_{ik} \quad (2.8)$$

$$T_{i,k}^{-1} v_{ik} = p_i - \pi_{ik} \quad - T_{k,i}^{-1} v_{ik} = p_k - \pi_{ik} \quad (2.9)$$

O TPFA é, então, obtido após eliminar a pressão entre a interface das células, onde T_{ik} , equação (2.10), é a transmissibilidade associada entre as conexões de duas células. O TPFA é robusto, monotônico e simples de implementar, além de ser o padrão corrente utilizado em simulação de reservatórios [2].

$$v_{ik} = [T_{i,k}^{-1} + T_{k,i}^{-1}]^{-1} (p_i - p_k) = T_{ik} (p_i - p_k) \quad (2.10)$$

Portanto, o cálculo da vazão de uma célula para com todas as células adjacentes é dado pelo somatório, equação (2.11), que consiste na diferença entre a pressão da célula analisada com a pressão das outras células pertencentes ao reservatório.

$$\sum_k T_{ik}(p_i - p_k) = q_i \quad \forall \Omega_i \subset \Omega \quad (2.11)$$

2.2.2 Descrição da Geometria

2.2.2.1 Aparato experimental

A geometria do reservatório simulado é próxima da geometria utilizada no experimento realizado em laboratório que consiste em uma célula Hele-Shaw. Esse termo tem origem no engenheiro naval que trabalhou no Departamento de Engenharia da Universidade de Liverpool, Henry Selby Hele-Shaw (1854-1941) [6]. Toda a concepção do experimento utiliza, além da célula esquematizada na Figura 2.13, bombas dosadoras como atuadores e o rastreamento é feito por visão computacional usando câmeras digitais industriais. Isso faz com que as alturas do nó central seja discretas, assumindo valores fixos entre um intervalo.

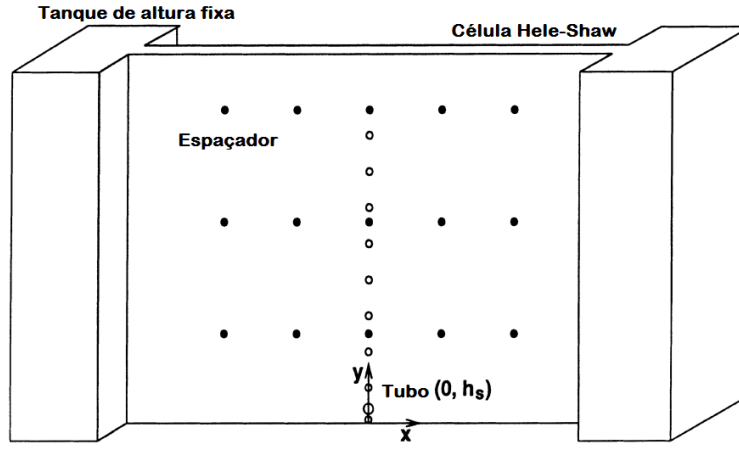


Figura 2.2: Célula Hele-Shaw. Adaptado de [3].

Os atuadores do sistema consistem em 3 bombas de precisão acionadas por pistão. Uma delas é usada na extração do fluido do tanque, enquanto que as outras duas injetam fluido nas laterais, mantendo assim a altura constante durante todo o experimento.

O experimento destaca-se por ter a sua disposição um sistema de realimentação através do processamento de imagens, permitindo rastrear na imagem um conjunto de pontos da interface entre os fluidos. Essa informação é digital, portanto vem de forma discretizada e quantizada, como acontece com o reservatório simulado no MRST. De modo que haja a menor distorção possível entre as dimensões x e y , define-se o plano xOy como uma matriz de células de faces próxima a quadrados, similares a *pixels* em uma imagem digital, garantindo maior paridade na comparação entre os resultados.

O MRST possui várias maneiras de descrever a geometria do reservatório, sendo a mais simples delas através da criação de uma malha cartesiana tridimensional. Essa malha é construída com base em dois conjuntos de informação distintos, o primeiro contendo a quantidade de células em

cada dimensão, sendo um número pertencente aos \mathbb{N} positivos, ou seja, a quantização em células de cada uma das dimensões da malha. O segundo argumento é o vetor linha com o tamanho em metros de cada dimensão da malha.

Para a validação, o caso em estudo apresenta uma configuração 2 x 0,4 x 0,004 metros, sendo referente a largura, altura e espessura, respectivamente. Devido a análise a nível bidimensional, a quantidade de células correspondentes à espessura foi reduzida a apenas uma. Dessa forma, mesmo a descrição da geometria sendo tridimensional, com uma espessura real, espera-se que o comportamento final será equivalente ao caso bidimensional.

Assim realiza-se a quantização da largura e da altura em função de parâmetro adicional, para que comparações entre resultados, como o refinamento da malha, e a carga computacional, tanto em espaço quanto tempo de simulação, possam ser adequados de forma que o resultado final seja satisfatório sem uma discretização extremamente refinada.

Portanto a quantidade de células foi calculada, na equação (2.12). Sendo $tamanho_i$ o comprimento em metros das dimensões i , com x sendo a largura e z a altura, devido à convenções do MRST porém quando analisados os resultados estes estarão na variável y , e n_i a quantidades de células para aquele eixo. Temos D que é a taxa de discretização de células por metro. A função $arredondar()$ é uma ferramenta matemática, com implementações disponíveis no MATLAB, que faz o arredondamento do valor do argumento para o próximo número inteiro.

$$n_i \leftarrow arredondar(tamanho_i * D) \quad i = x, z \quad (2.12)$$

Por último MRST possui o eixo Oz orientado no sentido oposto ao da geometria euclidiana, isto é, ele possui valores positivos à medida que ele desce, ou seja, se movimenta para o sul de seu quadrante.

2.3 Parâmetros Físicos

Além da geometria do reservatório há outros parâmetros físicos a serem considerados na simulação, os quais podem ser divididos em duas categorias: características da rocha e do fluido.

Para as simulações numéricas, definiu-se como fluidos o ar atmosférico e a glicerina (glicerol), pois são os mesmo utilizados nos testes experimentais [8]. O escoamento como um todo partiu da premissa de que os fluidos, ar e glicerol, são incompressíveis. As características dos fluidos, massa específica ρ e viscosidade dinâmica μ , foram extraídas de [1], como pode ser observado na Tabela 2.1. Ressalta-se também que esses parâmetros correspondem às condições de temperatura de 20^o C e de pressão de 1 atm. Outra propriedade usada pelo MRST é a permeabilidade relativa entre fluidos, que é a capacidade de um fluido atravessar pelo outro, que para a simulação foi configurado para ser linear entre ambos os fluidos.

Tabela 2.1: Propriedades dos fluidos

Fluidos	Massa específica $\rho [Kg/m^3]$	Viscosidade dinâmica $\mu [Pa \cdot s]$
Ar	1,084	$18,2 \cdot 10^{-6}$
Glicerol	1255	1,0255

A características da rocha avaliadas pelo MRST são a porosidade ϕ e a permeabilidade k , vistas em [1] e [3]. A permeabilidade é caracterizada como a capacidade de um poro de uma rocha permitir a passagem de um fluido [1]. A porosidade é a razão entre o volume total da rocha e o volume de poros (espaços que não contêm rocha). Ambas depende do tipo de rocha que compõem a formação, além da pressão e da temperatura a qual está submetida. A porosidade foi escolhida como o valor médio em sua escala (0 a 1), logo $\phi = 0,5$. Com essas informações, obteve-se a condutividade hidráulica de $K_{hc} = 0,016 \text{ m/s}$, segunda a expressão a seguir [3]:

$$K_{hc} = \frac{\rho g b_m^2}{12\mu} \quad (2.13)$$

Dessa forma, calcula-se a permeabilidade da rocha para a simulação no MRST através da equação (2.14) [3], cujo valor encontrado foi de $k = 1,3338 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ e $g = -9.819 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$$k = \frac{\mu K_{hc}}{\rho g} \quad (2.14)$$

2.4 Condições de Contorno

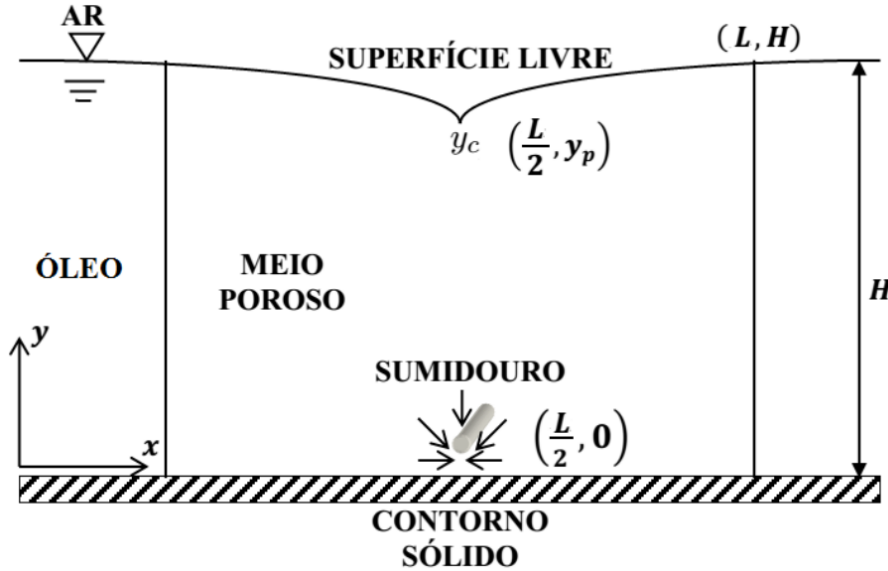


Figura 2.3: Condições de contorno [4].

As condições de contorno do sistema são dadas de acordo com [3, 6, 4, 8, 9] de modo que as laterais tenham fluxo de fluido e que a base seja impermeável, como pode ser visualizado na Figura 2.3. Desde que a malha é cartesiana, o reservatório, fora de escala, pode ser aproximado por um hexaedro, de modo que as condições de contorno são configuradas pra cada face.

O topo é a interface entre os dois fluidos, correspondendo a uma superfície livre passível de deformação. Além disso, para garantir que haja movimentação dos fluidos, faz-se necessário atribuir uma pressão na superfície.

O MRST já tem por padrão que caso uma das faces não seja definida, esta será definida impermeável para ambos os fluidos. Para garantir o as condições laterais, o MRST calcula a pressão hidrostática dos fluidos em cada célula ao longo de cada altura diferente, usando a posição no eixo z do centroide de cada célula. Para se fazer respeitar as premissas que apenas haja fluxo de ar no topo, a saturação dessa condição de contorno é colocada em 100%, enquanto o mesmo acontece para as laterais, para garantir que haja uma altura fixa, como mostra a Figura 2.3. Por fim, deve-se definir as porções de cada fluido nas condições de contorno.

2.5 Condições Iniciais

As condições iniciais do reservatório são representadas pelas seguintes variáveis do reservatório: a pressão inicial dentro do reservatório, a saturação de cada fluido e o estado do tubo de extração.

A pressão inicial é a pressão externa na face superior, que é igual a zero bar absoluto que equivale a uma atmosfera, somada da pressão da coluna hidrostática de glicerol.

O MRST caracteriza as porções dos fluidos dentro de cada célula em saturação, variando de 0% a 100%. Essa é uma forma generalizada que pode ser aplicada a qualquer tipo de reservatório. Em [2] é dito que o MRST é implementado de forma generalizada, o que contribuiu para sua vasta aplicação, porém faz com que o certas estruturas computacionais não possam ser usadas em modo de acelerar ou facilitar casos específicos. O estado inicial é o interior do reservatório com saturação em todas a células de 100% de glicerol.

O tubo de extração ou sumidouro é posicionado de acordo com a Figura 2.3, exceto que ele é colocado verticalmente por baixo, justaposto ao contorno impermeável inferior, o fundo do reservatório. No MRST, o tubo pode ter dois tipos de funcionamento: por pressão de fundo ou por vazão constate. Para a simulação, escolhe-se por vazão devido à pressão ter grandes variações que poderiam interferir posteriormente com a validação e com o sistema de controle. O último parâmetro relevante do tubo é o diâmetro interno que, devido ao tubo ter que estar inserido uma única célula, suas dimensões devem ser menores que as dimensões da célula, por isso teve seu diâmetro drasticamente diminuído para 0,2 milímetros.

2.6 Método Numérico

O método numérico, chamando também de *solver* em [2] é da classe de implícita direção alternada (ADI do inglês *Alternate Direction Implicit*) que é uma classe de *solvers* totalmente implícitos, o que gera uma menor possibilidade de divergência da saída da simulação. A solução final é dada pelo método numérico que consiste em uma implementação do resíduo de pressão constricta (CPR do inglês *Constrained Pressure Residual*) método numérico que se resume em resolver a equação diferencial parcial com componente de pressão usando resíduo de pressão constricta.

Este método soluciona um problema linearizado com uma componente significativa de pressão via um pré-condicionamento de estágio para um método generalizado de resíduos mínimos (GMRES do inglês *Generalized Minimal Residual Method*) que consiste em um método numérico iterativo para solução de sistemas lineares de equações não simétricas [2]. Expondo o componente elíptico como um sistema separado, um solucionador elíptico é usando para terminar os cálculos. Os tempos de simulação, já que a variável de saída é o estado do reservatório após o tempo de entrada, não são homogêneos de modo que um vetor de entrada possa variar da ordem de microssegundos até anos de simulação.

Capítulo 3

Sistema de Controle

3.1 Introdução

Nesse capítulo será apresentado as estratégias de identificação e controle do sistema composto pelo reservatório e elementos relacionados.

Um sistema é considerado dinâmico quando a resposta (saída) à algum tipo de excitação na entrada não é dada de forma instantânea, mas segue o comportamento que pode ser modelado por meio de equações diferenciais [10, 11]. A identificação do modelo dinâmico de um sistema é de extrema importância para a proposição de leis de controle que possa satisfazer demandas com um mínimo de erro associado aos valores desejados.

A identificação de um sistema se dá pela excitação de um sinal nas entradas e análise do comportamento das saídas[12]. Dessa forma existem diversas formas de sinais que podem ser aplicados, sendo um dos mais simples o degrau.

3.2 Identificação do modelo do fenômeno do cone de gás

A identificação é feita baseada em repostas a degraus com amplitudes diferentes. Primeiramente é encontra um vazão crítica ou subcrítica, de modo que não haja o rompimento cone de gás. A partir desse valor, realiza-se uma série de simulações com vazões em função desse valor decrescente, de tal forma que as amostras tenham porcentagens dessa vazão crítica. Assim, após cada simulação, obtém-se a posição temporal da altura do nó central.

Dado essas informações é possível gerar um gráfico com todas as respostas que são similares à uma resposta de um sistema de primeira ordem, como verificado por Córdoba [4]. O sistema de primeira ordem modelado da saída $y_C(s)$ sendo a posição do nó central, pela entrada do sistema que é a vazão de saída, $q(s)$, é dada na Equação (3.1).

$$\tau_p \dot{y}_C(t) + y_C(t) = K_p q(t) \quad (3.1)$$

Essa equação, onde K_p é a razão entre a variação entre a entrada e a no regime permanente, e τ_p corresponde à velocidade à qual o sistema responde à uma perturbação na entrada, definida como 63,2% do valor total [10, 11]. Manipulando essa equação obtemos a equação (3.2), abaixo.

$$y_C(t) + K_B \dot{y}_C(t) = K_A q(t) \quad (3.2)$$

Consequente a equação pode ser manipulada [8] para o formato da, onde $K_A = \frac{K_p}{\tau_p}$ e $K_B = \frac{1}{\tau_p}$ são definidos respectivamente como ganho e polo da função de transferência.

A partir desses valores, realiza-se uma regressão numérica através do método dos mínimos quadrados, permitindo encontrar a curva que melhor descreve o conjunto de pontos correspondentes aos parâmetros. Em [9] o comportamento de K_B é melhor descrito por uma função de primeiro do tipo $K_B = K_2 + K_4 y_C$, enquanto que K_A tem um comportamento de uma função do segundo grau, na forma $K_A = K_0 + K_1 y_C + K_3 y_C^2$. Para manter a consistência, com a relações da Equação (3.2), K_A é calculado em [9] seguindo a relação de $K_A = K_p \cdot K_B$.

$$\dot{y}_C = q [K_0 + K_1 y_C + K_3 y_C^2] - y_C [K_2 + K_4 y_C] \quad (3.3)$$

3.3 Controle de Trajetória por Planicidade Diferencial

De acordo com [13], um sistema não linear representado $\dot{x} = f(x, u)$ tendo $x \in \mathbb{R}^n$ como seus estados e $u \in \mathbb{R}^m$ como suas entrada, esse sistema pode ser considerado diferencialmente plano, se e somente se é possível encontrar saídas $z \in \mathbb{R}^m$ do tipo $z = \zeta_z(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(r)})$, com z sendo as saídas planas do sistema e r um numero finito [9]. Com isso é possível encontrar a expressão para os estados e a entrada, visto em (3.4), onde $\zeta_z, \zeta_x, \zeta_u$ são funções contínuas e todas as componentes são independentemente diferenciáveis.

$$x = \zeta_x(z, \dot{z}, \ddot{z}, z^{(3)}, z^{(4)}, \dots, z^{(r)}) \quad u = \zeta_u(z, \dot{z}, \ddot{z}, z^{(3)}, z^{(4)}, \dots, z^{(r+1)}) \quad (3.4)$$

Como observado em [8], os sistemas diferencialmente planos (do inglês *Differentially Flat Systems*) são aqueles aos quais é possível determinar um conjunto de variáveis finito, estas “endógenas” aos sistema, denominadas saídas planas, cujas a dimensão é igual ao do vetor de entrada do sistema. Com isso é possível parametrizar as variáveis do sistema, entrada e estados, em função das saídas planas, juntamente de um número das suas respectivas derivadas, sem a necessidade de da utilização da operação de integração.

Planicidade diferencial tem relação com problemas bem explorados em teoria de controle moderno, sendo um deles linearização exata. Essa técnica trabalha via mudança de coordenadas e realimentação de estados, portanto, buscando a realimentação de estado que possibilita o cancelamento exato das não-linearidades do sistema estudado.

Baseado nessas premissas, observa-se que o sistema não-linear representado pela Equação (3.3) é diferencialmente plano, cuja saída plana é dada pela posição do nó central y_C . Isso pode ser

observado pelo fato que a vazão q pode ser parametrizada em uma função das saídas planas e das suas derivadas.

Além disso, ressalta-se que a propriedade plana do sistema permite obter o controle nominal $q^*(t)$ se as trajetórias de $y_C^*(t)$ (o valor desejado colocado como saída) e $\dot{y}_C^*(t)$ são previamente conhecidas [9].

Por ser diferencialmente plano, o sistema não-linear (3.3) pode ser representado, de forma equivalente, pelo seguinte sistema linear na forma canônica de Brunovsky:

$$\dot{y}_C = v$$

onde

$$v = -y_C [K_2 + K_4 y_C] + q [K_0 + K_1 y_C + K_3 y_C^2] \quad (3.5)$$

. Essa relação de equivalência permite propor uma lei de controle para o sistema (3.5) e depois obter a lei de controle para o sistema não-linear.

Para isso, observe que (3.5) representa um sistema composto por integradores de primeira ordem. Assim, é suficiente propor a seguinte lei de controle em malha fechada baseada na dinâmica do erro de trajetória: composto por integradores de primeira ordem, é suficiente definir a seguinte lei de controle em malha fechada baseada na dinâmica do erro de trajetória [9].

$$\dot{y}(t) - \dot{y}_C^*(t) - k_C(y_C - y_C^*(t)) = 0 \quad (3.6)$$

onde ganho do controlador é dado por k_C que é assumido como o coeficiente do polinômio de Hurwitz $p(s) = s + k_C$ [9]. Com isso podemos obter uma convergência assintoticamente exponencial para zero na trajetória. Logo a expressão final do controlador é dada pela Equação (3.7),

$$q = \frac{\dot{y}_C^*(t) - k_C(y_C - y_C^*(t)) + y_C [K_2 + K_4 y_C]}{[K_0 + K_1 y_C + K_3 y_C^2]} \quad (3.7)$$

Capítulo 4

Resultados

4.1 Introdução

Nesse capítulo serão apresentados os resultados das simulações numéricas feitas no MRST. Para fins de comparação do desempenho do sistema de controle proposto implementado no MRST em relação ao BEM em [9], a geometria foi alterada para $2 \times 0,4 \times 0,0015$ metros, assim como a condutividade hidráulica, baseando-se na equação (2.14). Com isso a permeabilidade k também é ajustada para $4,77 \cdot 10^{-7} m^2$.

4.2 Discretização

Os resultados da taxas de discretização, apresentada na equação (2.12), podem ser vistos nas Figuras (4.1) até (4.10). O limite inferior escolhido para as simulações, 50 células por metro, foi uma tentativa inicial. A partir desse valor, o sistema foi simulado, aumentando de 50 em 50 unidades, até atingir o valor de 500 células por metro. Não se optou por continuar a aumentar a taxa de discretização devido ao crescimento quadrático do custo computacional, como observados na Tabela (4.1). Todas essas figuras são o regime permanente, simulados com vazões superiores à vazão crítica de cada sistema.

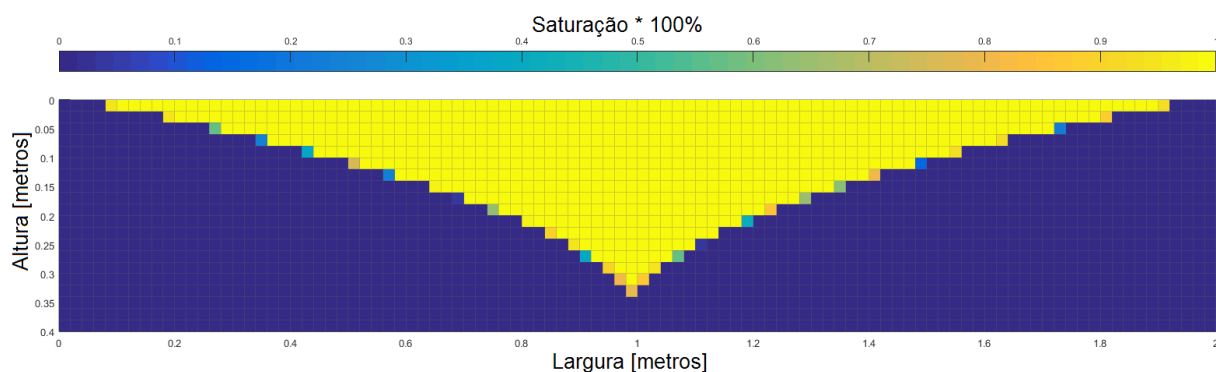


Figura 4.1: Discretização com fator de 50 células por metro.

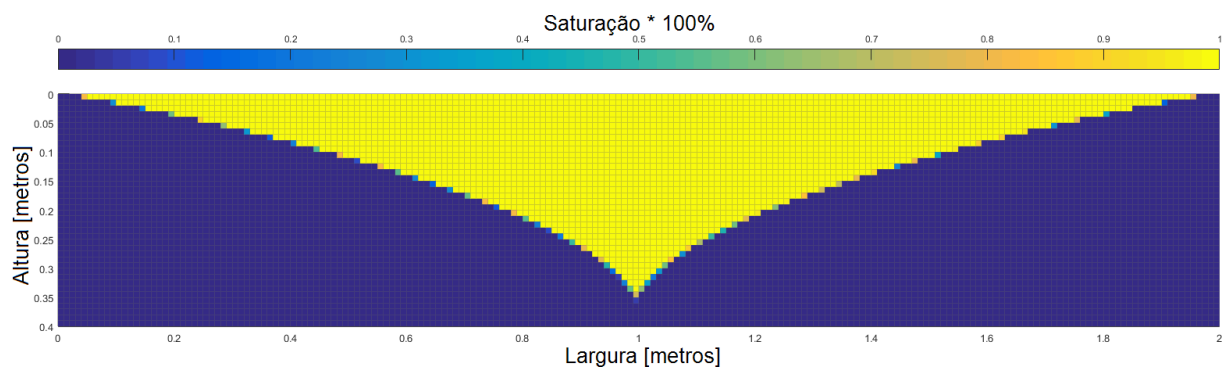


Figura 4.2: Discretização com fator de 100 células por metro.

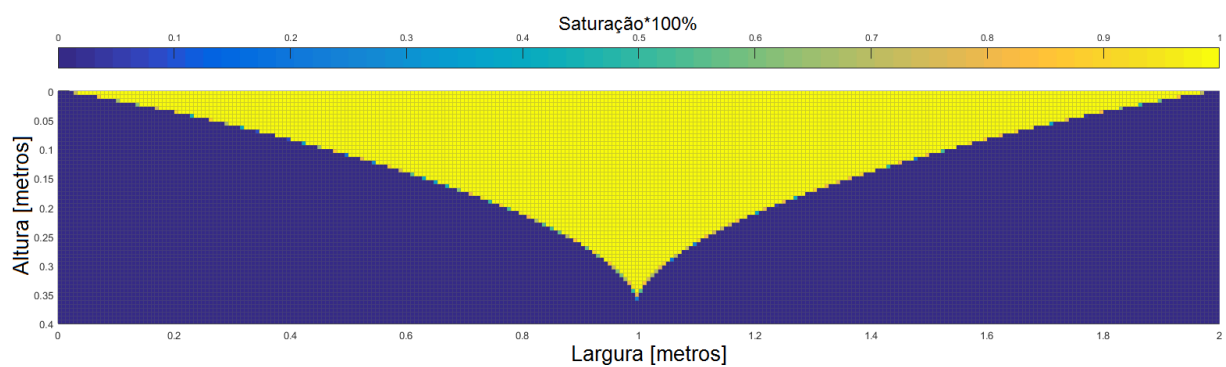


Figura 4.3: Discretização com fator de 150 células por metro.

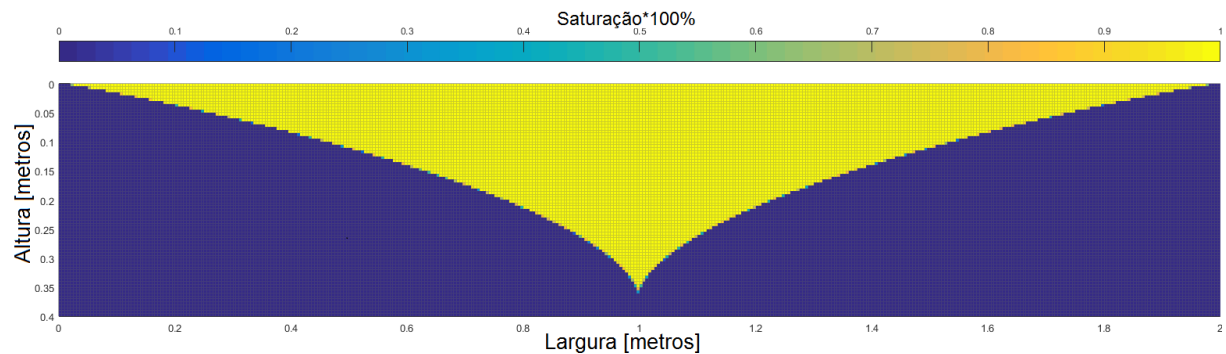


Figura 4.4: Discretização com fator de 200 células por metro.

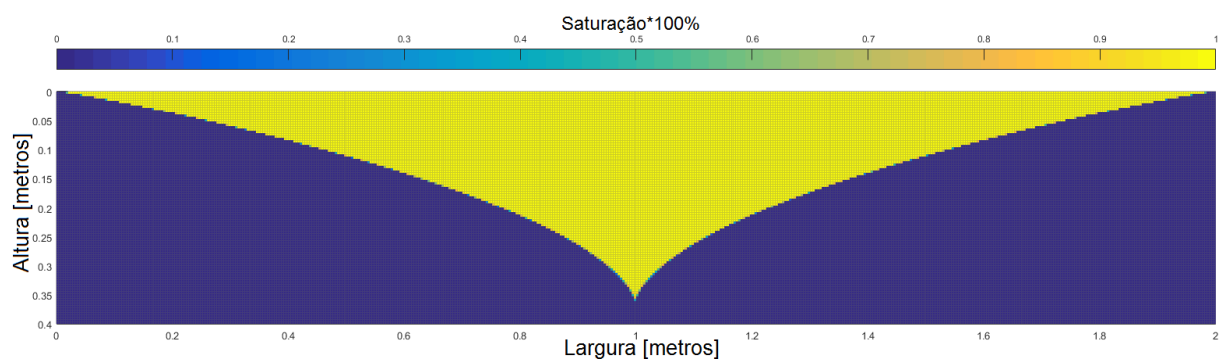


Figura 4.5: Discretização com fator de 250 células por metro.

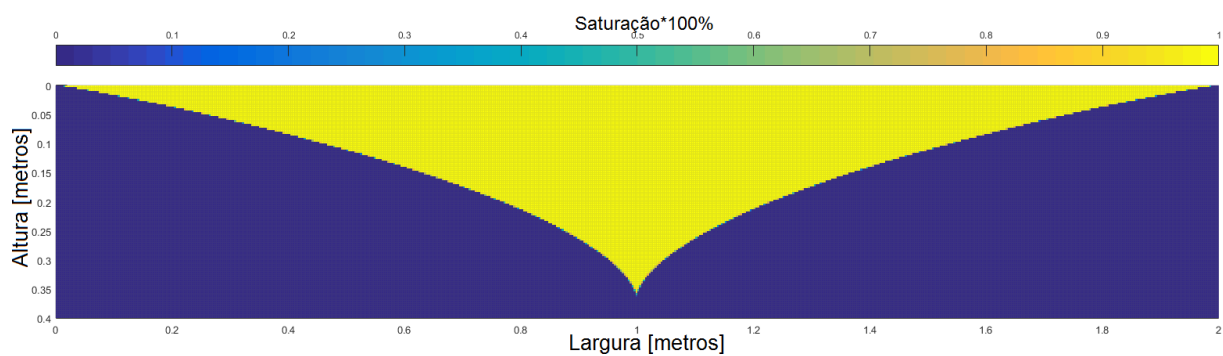


Figura 4.6: Discretização com fator de 300 células por metro.

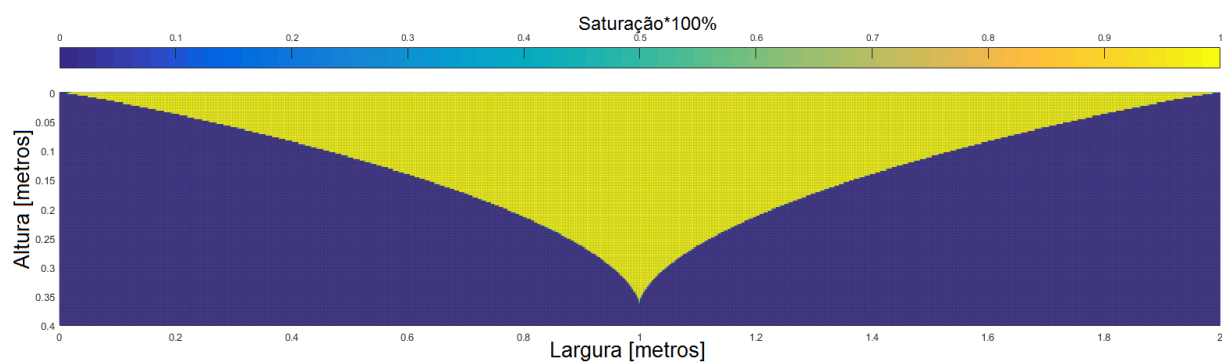


Figura 4.7: Discretização com fator de 350 células por metro.

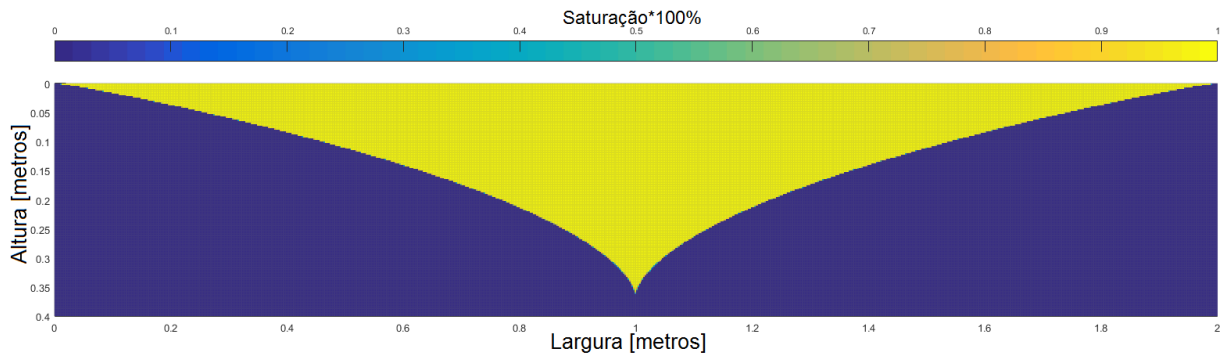


Figura 4.8: Discretização com fator de 400 células por metro.

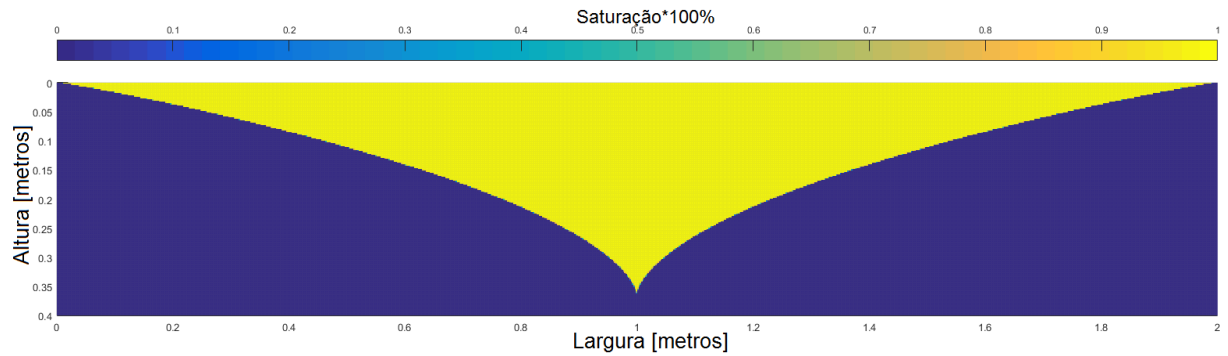


Figura 4.9: Discretização com fator de 450 células por metro.

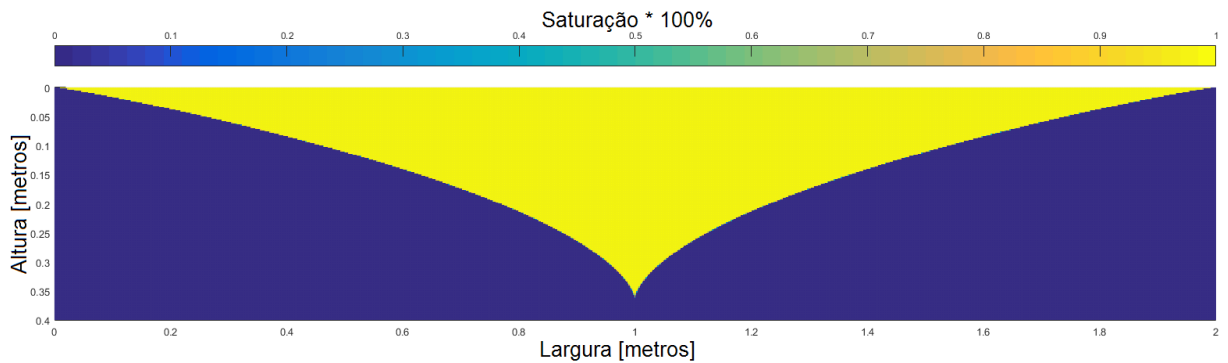


Figura 4.10: Discretização com fator de 500 células por metro.

Tabela 4.1: Quantidade total de células

D	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Total	2000	8000	18000	32000	50000	72000	98000	128000	162000	200000

Na Figura 4.11 é possível ver todas as taxas de discretizações usadas e suas consequências do ponto de vista geométricos. Quanto menor a taxa, maior a distância entre o centroide de referência e o centro geométrico do reservatório, como também com uma maior distância do sumidouro na direção vertical. O erro na direção horizontal para a menor taxa é de 0,01 m, enquanto para uma

taxa de 500 células por metro é de 0,001 m. Baseado nessas informações e considerando os tempos de simulação e de espaço de armazenamento, foi de 300 células por metro.

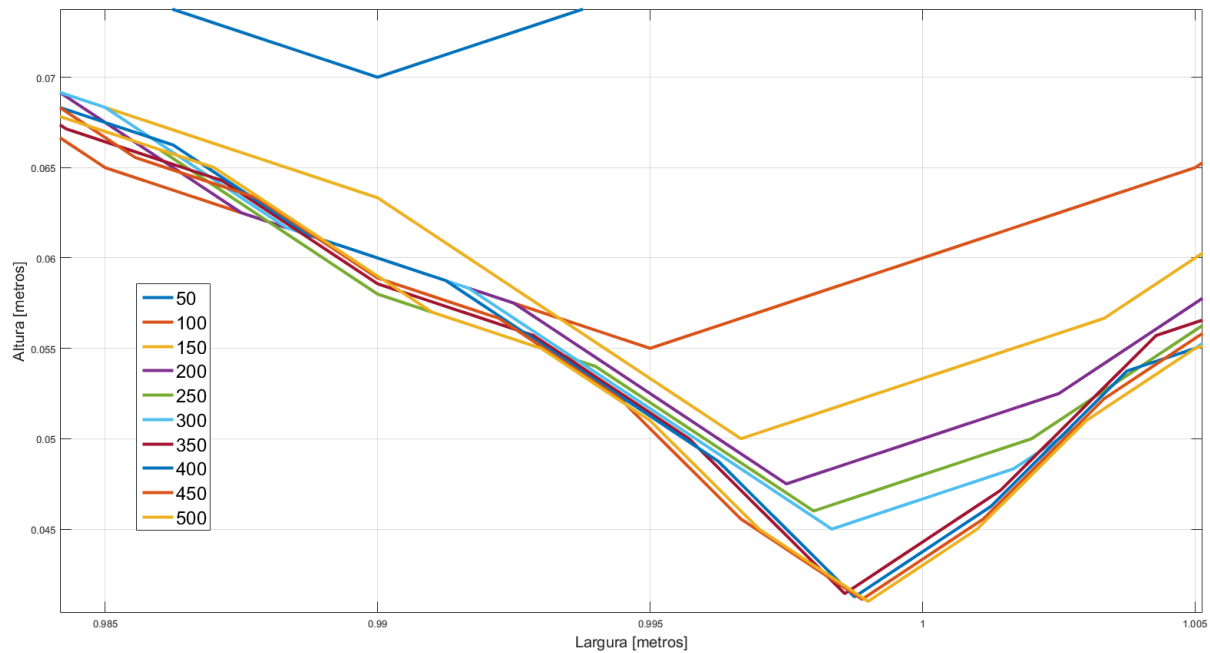


Figura 4.11: Comparação das alturas de cada discretização.

4.3 Validação

A validação do MRST se dá pela comparação gráfica, portanto também numérica, dos resultados das simulações em dois casos: o regime permanente e o regime transitório do reservatório. Os resultados são comparados com os dados experimentais [8] e com os valores obtidos pelo BEM (do inglês *Boundary Elements Method*) em [4].

Para a discretização escolhida, a Figura 4.12 mostra a pressão no início da simulação, aonde ela se assemelha majoritariamente à pressão de uma coluna gravitacional, com o peso do líquido exercendo a maior parte. Entretanto, é possível observar uma suave queda da pressão na região de extração, o que condiz com as literaturas [1].

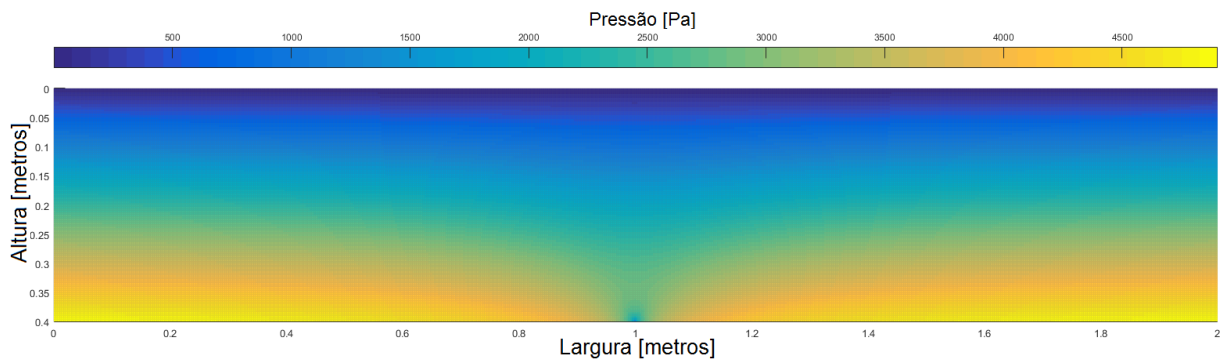


Figura 4.12: Pressão inicial do reservatório.

A saturação inicial, Figura 4.13, como dito na Seção 2.5, é composto por 100% de glicerol.

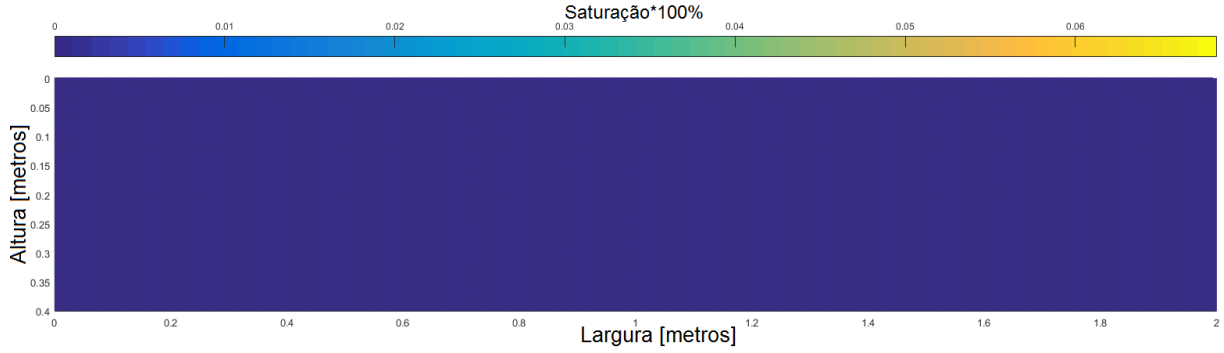


Figura 4.13: Saturação inicial do reservatório.

Observando a forma próxima à de um cone no estado de pressão final, Figura 4.14. Esse gradiente é o resultado computacional do *solver* utilizado para a solução do problema. O estado de saturação correspondente à essa gradiente de pressão pode ser encontrado na Figura 4.6, na Subseção anterior.

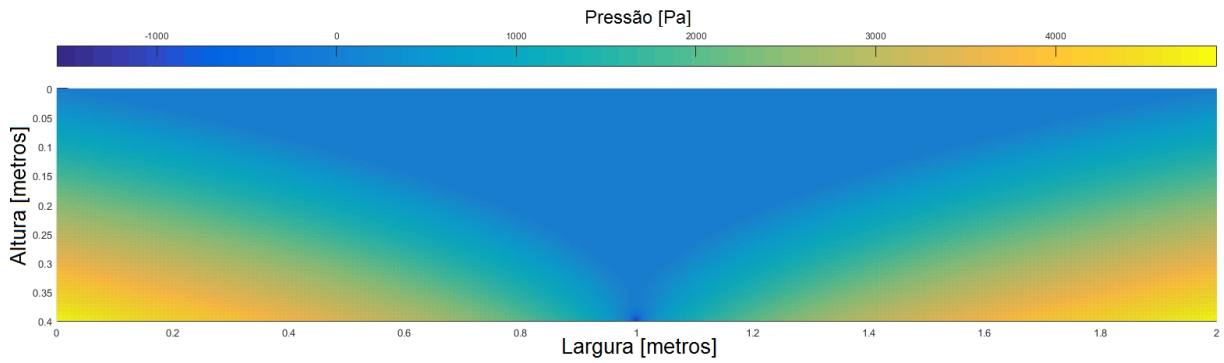


Figura 4.14: Pressão final do reservatório.

Na Figura (4.15) têm-se as curvas das interfaces ar-glicerol em ambos os métodos. O BEM já foi validado em [6] com o modelo analítico do reservatório. Como pode ser visto, a interface do regime permanente de ambos praticamente igual, com os erros sendo de proximamente 2% na região entre 0,8 m e 1,2 m.

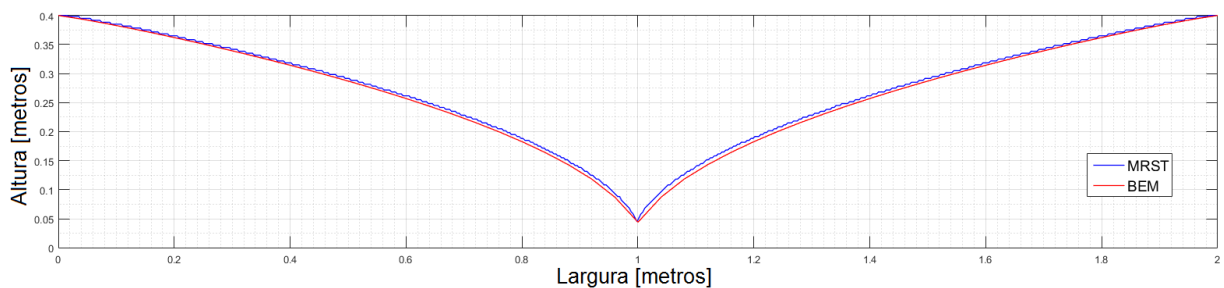


Figura 4.15: Comparativo entre MRST e BEM.

A validação do transitório se dá pelo seguinte procedimento: é configurando a bomba de extração no experimento [8] de forma que haja uma vazão superior à crítica. Assim que é constatado o rompimento do cone, ou seja, há influxo de gás para a tubulação da bomba, esta é desligada, fazendo com que a vazão se torne zero. Em consequente, ocorre o rastreamento da interface, com os pontos de maior interesse os mais próximo do nó central. Esse rastreamento temporal gera então uma curva, tanto no MRST quanto no bem BEM

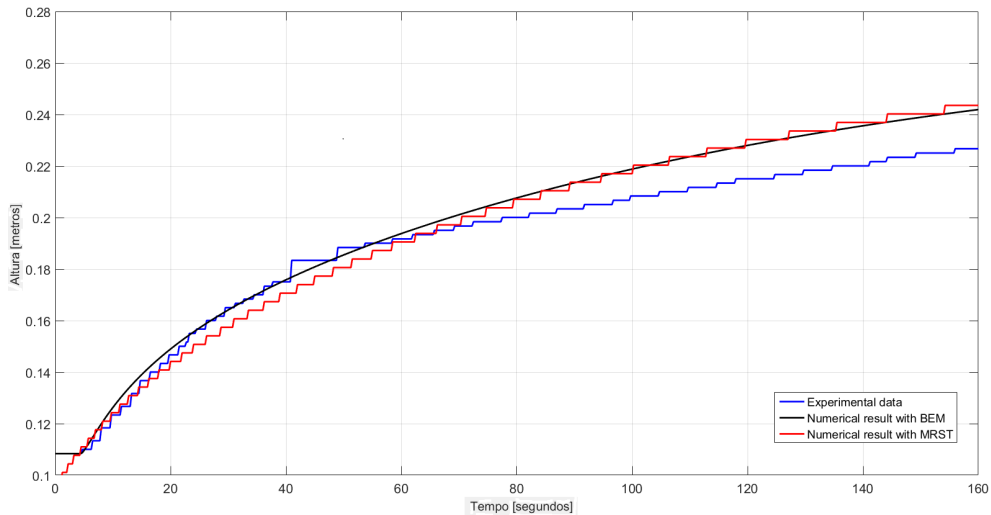


Figura 4.16: Comparações entre os gráficos de recuo do nó deslocado 6 mm do nó central do cone.

A partir de aproximadamente 60 segundos a curva gerada pelo BEM tanto quanto a pelo MRST começam a divergir da resposta do sistema. Isso se dá devido às forças capilares não serem desprezíveis no experimento a partir desse ponto no tempo devido à velocidade do fluido ser consideravelmente menor que a inicial. Nenhuma dos métodos de simulação empregados leva em consideração nos cálculos as forças capilares devido às simplificações dos modelos usados.

Embora o MRST possa ser validado com essas comparações, têm-se de ressaltar que mesmo colocando vazões altas (3 vezes a vazão crítica no BEM para a mesma geometria) não há uma efetiva ruptura do cone na zona de produção. Isso acontece pelo fato de que a zona próxima à zona produtora é caracterizada como zona instável, sendo que o MRST possui uma etapa de avaliação de consistência, como a maioria dos métodos numéricos, para que não haja divergência devido a instabilidades do próprio método. Portanto devido a essa instabilidade própria do sistema, o MRST para de diminuir a distância entre o sumidouro e o nó central.

4.4 Identificação

A identificação do modelo se deu aplicando degraus nos valores de vazão recuperando a informação da posição de y_C ao longo do tempo. Em [9], esse valores corresponde percentagens da vazão crítica, igualmente espaçadas, ou seja, tendo um aumento percentual de 5% por nova vazão. No MRST foi feito de forma similar, contudo a vazão crítica foi a calculada através do BEM para o mesmo sistema. Após a computação dese resultados foi feita a regressão numérica de

cada curva, de forma que dois parâmetros da equação (3.2), K_p e τ pudesse estimados. Com esse valores estimados, como visto na Tabela 4.2, foi verificado graficamente o modelo estimado para cada vazão com o resultado numérico, vistos na Figura 4.17.

Devido ao caráter discreto dos resultados da simulação, observados na Figura 4.17, alguns erros vem a ocorrer na estimação dos parâmetros. A constante de tempo do sistema, τ , deveria ter um comportamento crescente linear, porém nas linhas 2 e 7, da Tabela (4.2), os valores são maiores que os valores das linhas imediatante abaixo. Devido à isso, esse pontos, não foram utilizando para a estimação do modelo posteriormente.

Tabela 4.2: Valores das amostras geradas para a identificação

n^o	y_C	$q - [m^3/s]$	K_p	$\tau - [s^{-1}]$
1	-0,0183	$-2,24184 \cdot 10^{-7}$	81778	65,1110
2	-0,0417	$-4,48368 \cdot 10^{-7}$	92930	89,5350
3	-0,0650	$-6,72552 \cdot 10^{-7}$	96647	83,9590
4	-0,0917	$-8,96736 \cdot 10^{-7}$	102223	89,0150
5	-0,1217	$-1,12092 \cdot 10^{-6}$	108542	96,7030
6	-0,1383	$-1,233012 \cdot 10^{-6}$	112191	98,8630
7	-0,3750	$-2,152166 \cdot 10^{-6}$	174243	168,7350
8	-0,1750	$-1,457196 \cdot 10^{-6}$	120094	106,8150
9	-0,1950	$-1,569288 \cdot 10^{-6}$	124260	111,6070
10	-0,2150	$-1,68138 \cdot 10^{-6}$	127871	114,3990
11	-0,2417	$-1,793472 \cdot 10^{-6}$	134748	121,4550
12	-0,2550	$-1,849518 \cdot 10^{-6}$	137874	122,9830
13	-0,2717	$-1,905564 \cdot 10^{-6}$	142565	131,1430
14	-0,2883	$-1,96161 \cdot 10^{-6}$	146988	135,3030
15	-0,3083	$-2,017656 \cdot 10^{-6}$	152818	139,0950
16	-0,3250	$-2,062493 \cdot 10^{-6}$	157576	147,2550
17	-0,3483	$-2,10733 \cdot 10^{-6}$	165296	156,6790
18	-0,3750	$-2,152166 \cdot 10^{-6}$	174243	168,7350

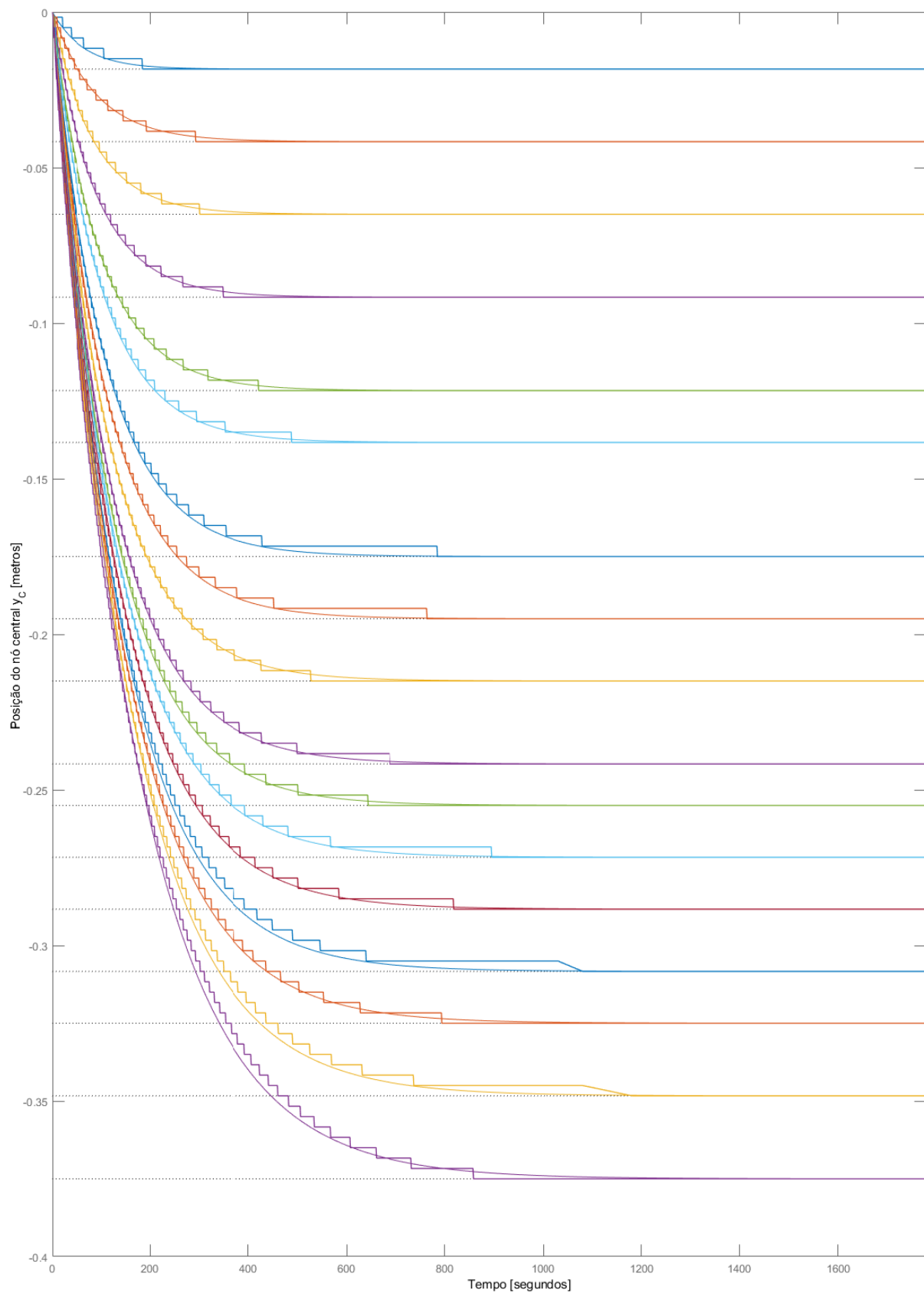


Figura 4.17: Amostras usadas na identificação e suas respectivas respostas ao degrau.

Outra grande diferença foi também que o espaçamento entre os valores de vazão deixaram se ser constante e tornaram-se menores com o crescimento da vazão. O motivo foi o comportamento quadrático da altura do nó central em relação à vazão visto na Figura 4.18, o que acarretava um maior espaçamento dos pontos, o que diminuía a qualidade da regressão polinomial graficamente.

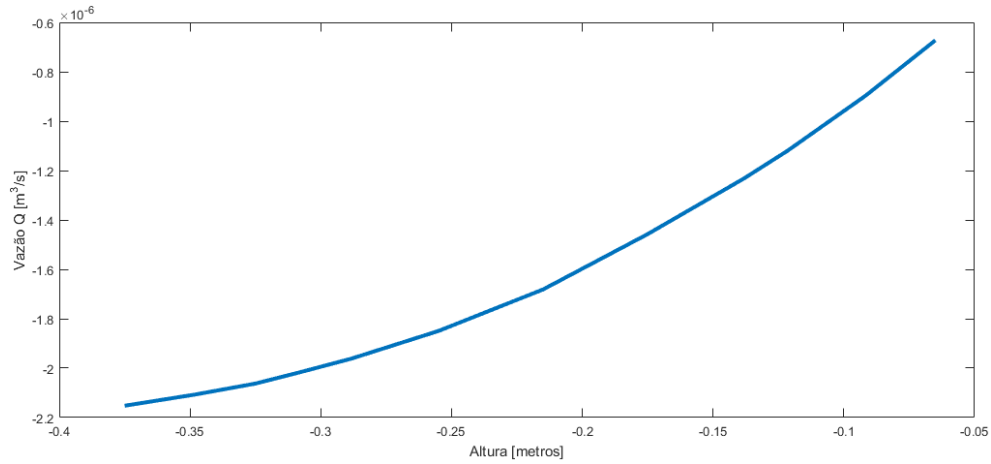


Figura 4.18: Relação vazão com a altura do nó central.

Pela regressão e análise da função, espera-se que o MRST produza uma vazão crítica para a configuração atual igual a $q = -2,188 \cdot 10^{-6} \text{m}^3/\text{s}$.

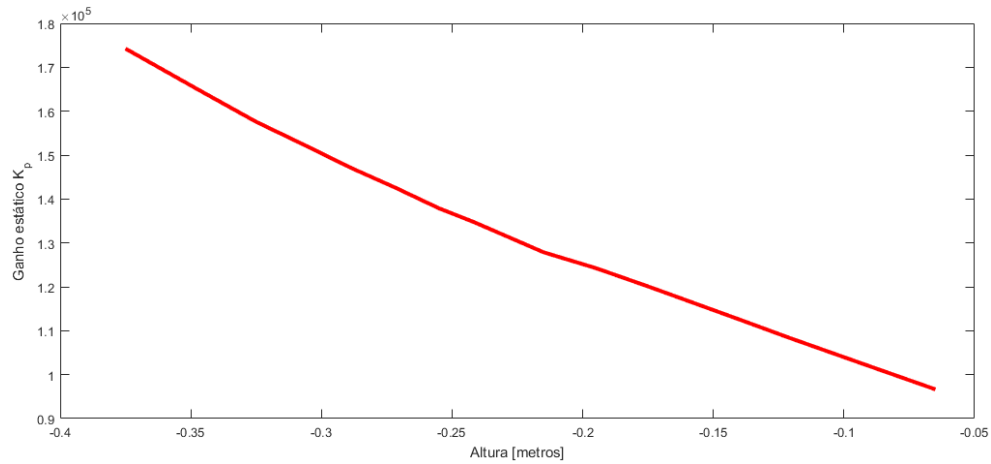


Figura 4.19: Relação ganho estático K_p com a altura do nó central.

Segundo a análise feita por [4], os valores do ganho, Figura 4.19, e da constante de tempo, Figura 4.20, tende a crescer infinitamente, divergindo próximo da altura do sumidouro. Tem-se, portanto, um comportamento assintótico de K_p e τ na altura crítica, que está relacionada com a vazão crítica.

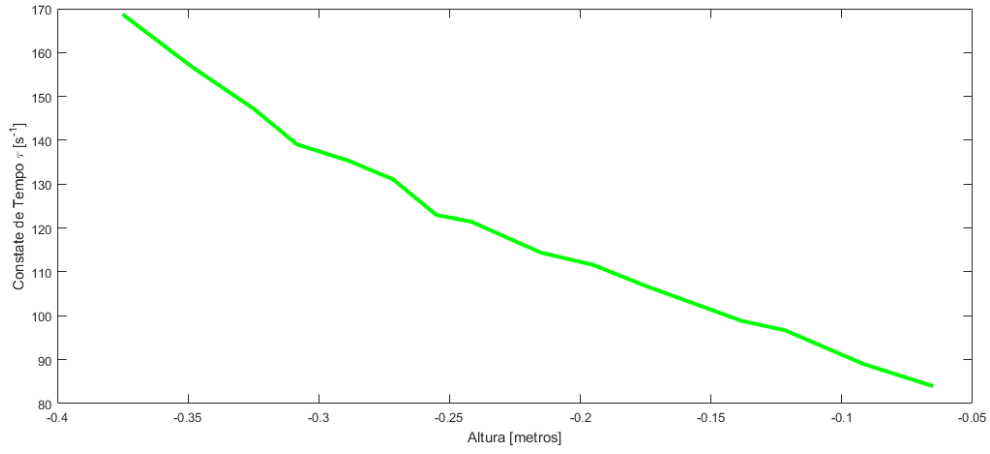


Figura 4.20: Relação constante de tempo τ com a altura do nó central.

Segundo [4], o comportamento de K_A deveria ser decrescente, porém em [9] é visto que este pode ser melhor descrito como uma função polinomial de segunda ordem. Porém, ambos concordam que K_B tem o comportamento de um polinômio de primeira ordem.

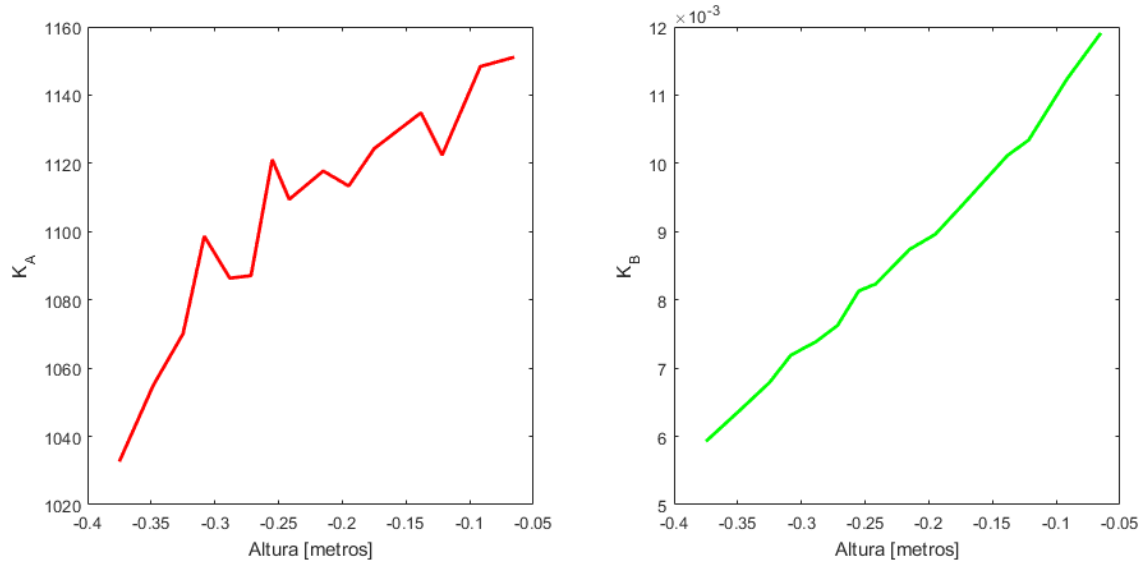


Figura 4.21: K_A e K_B .

Primeiramente é feita a regressão de K_B , como mostra a Figura 4.22 abaixo e os valores são encontrados na Tabela 4.3.

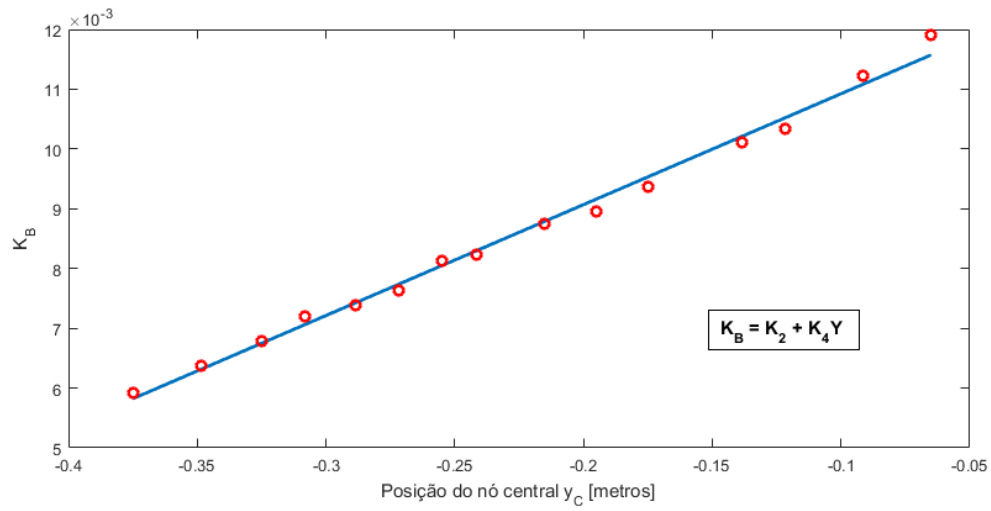


Figura 4.22: Regressão polinomial de K_B .

A Figura 4.23 apresenta os pontos escolhidos para o cálculo de K_A , levando em consideração que, ao invés da regressão direta dos valores, realizou-se a regressão da expressão $K_A = K_p \cdot K_B$. Sendo assim os valores de K_0 , K_1 e K_3 podem se encontrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Coeficientes da função de transferência

K_0	K_1	K_2	K_3	K_4
1084,946483	-752,339891	0,012779	-2513,312990	0,018553

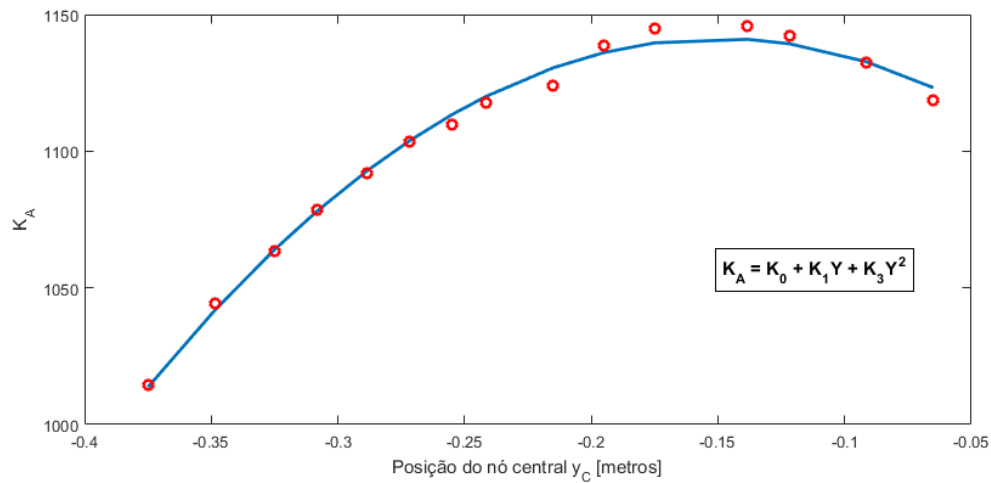


Figura 4.23: Regressão polinomial de K_A .

A Figura (4.24) mostra a relação entre a vazão q e a posição do nó central y_C , o é quadrática, o que implica que existes uma vazão crítica, para a qual se possui um $y_{C\text{crítico}}$ ao qual o cone está na iminência de romper na zona produtora.

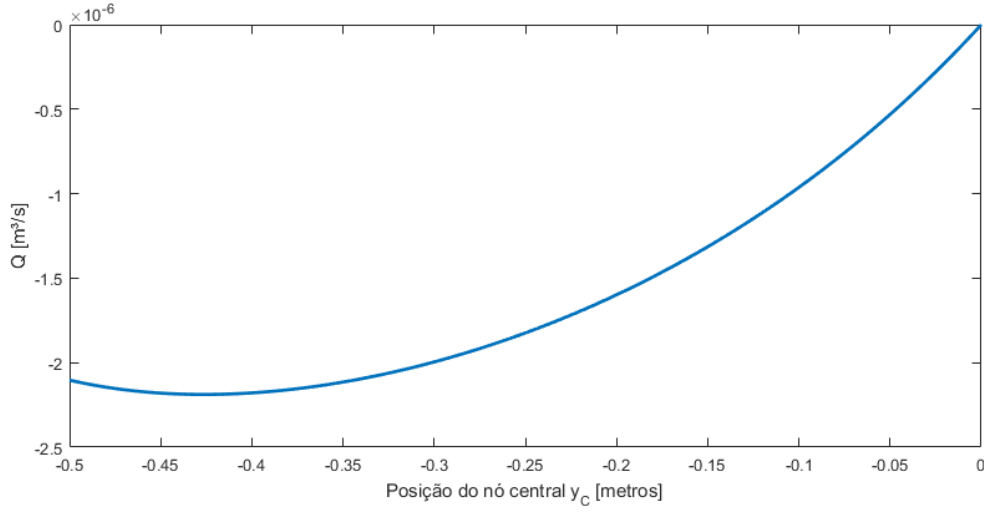


Figura 4.24: Parábola.

Conforme apresentada em [9], as raízes dos polos do sistema obtido da linearização de (3.7) podem ser analisadas de tal forma a verificar as regiões de estabilidade do sistema.

Para o nosso caso, encontra-se que $r_1 = -1,790277$ e $r_2 = -0,426447$, sendo que a altura limite teórica do sistema é $y_C = -0.426447$. Assim, observa-se que o modelo representa bem as regiões estáveis e instáveis do reservatório, conforme esperado.

4.5 Desempenho do Sistema de Controle

Assumindo um valor de $k_C = 0,2$ para a lei de controle Equação (3.7), os resultados mostram que esse formato de controlador é suficiente para garantir a convergência do erro em regime estacionário para zero, cujas referências estão longe da zona inerentemente instável do sistema.

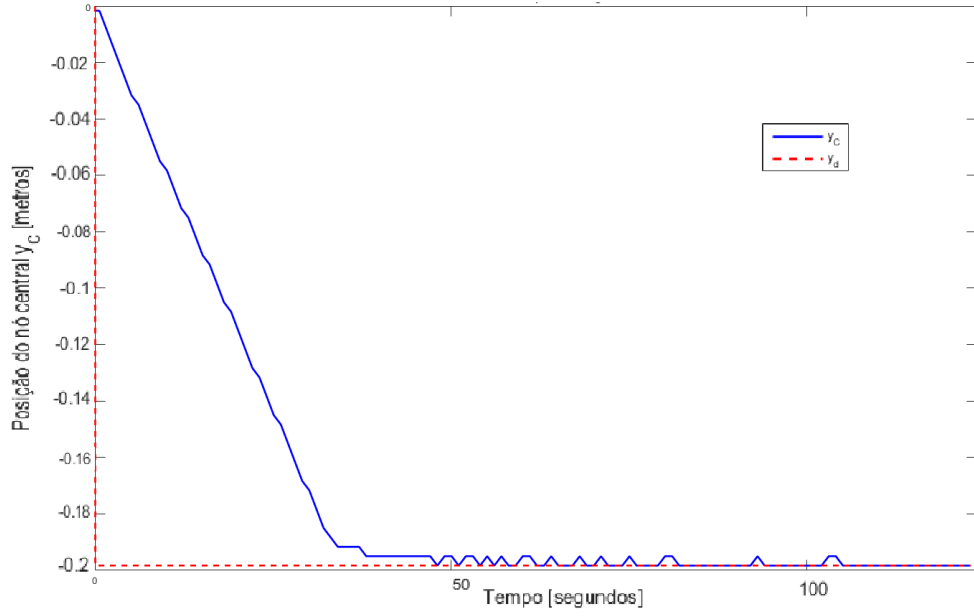


Figura 4.25: Evolução temporal de y_C a referência.

No primeiro resultado, Figura (4.25), observa-se uma boa performance do controlador na tarefa de acompanhamento da referência através da resposta do sistema. O grau de oscilação do sinal de controle decorre, principalmente, aos possíveis desvios referentes ao método numérico implementado pelo MRST, além do fato que o modelo proposto aproxima um sistema de ordem infinita por um de primeira ordem não-linear [8].

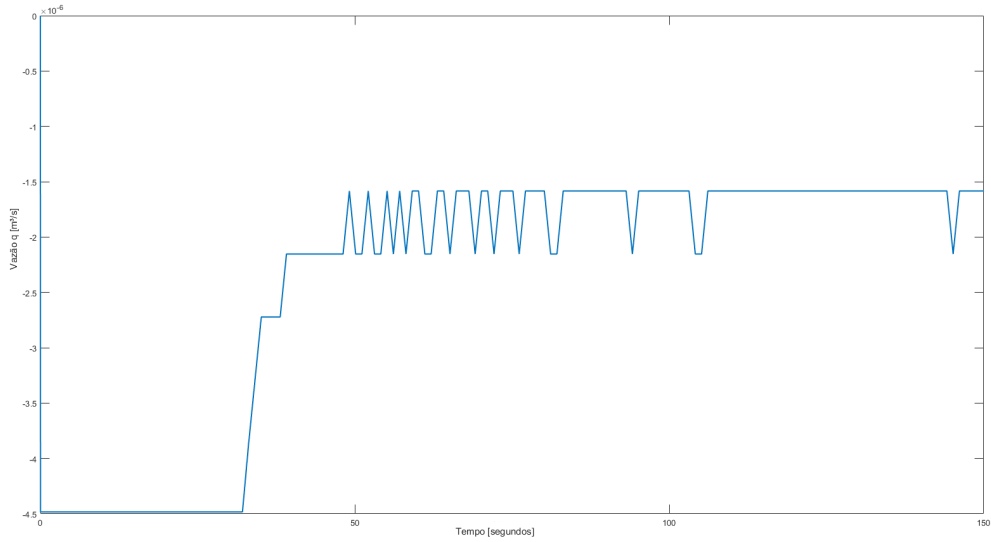


Figura 4.26: Evolução temporal do sinal de controle q .

Para um tempo de simulação de 150 segundos, percebe-se que y_C atingiu a referência aproximadamente em 50 segundos sem muitas oscilações visíveis.

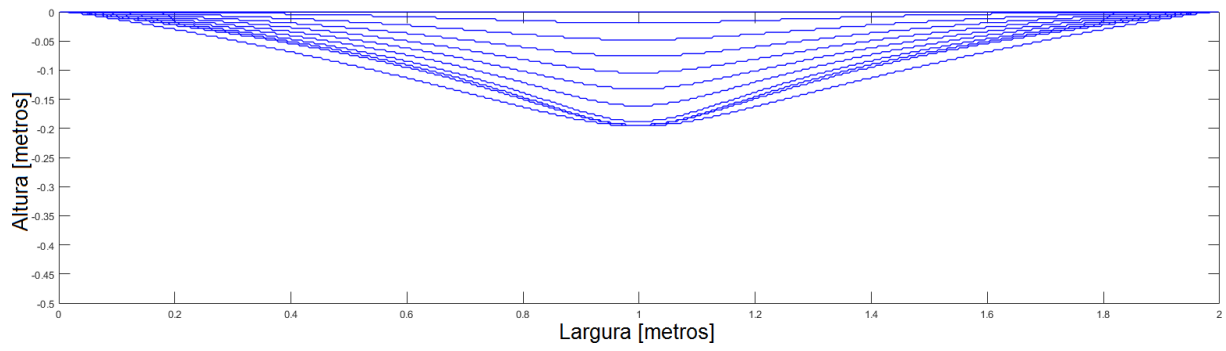


Figura 4.27: Evolução temporal da superfície livre.

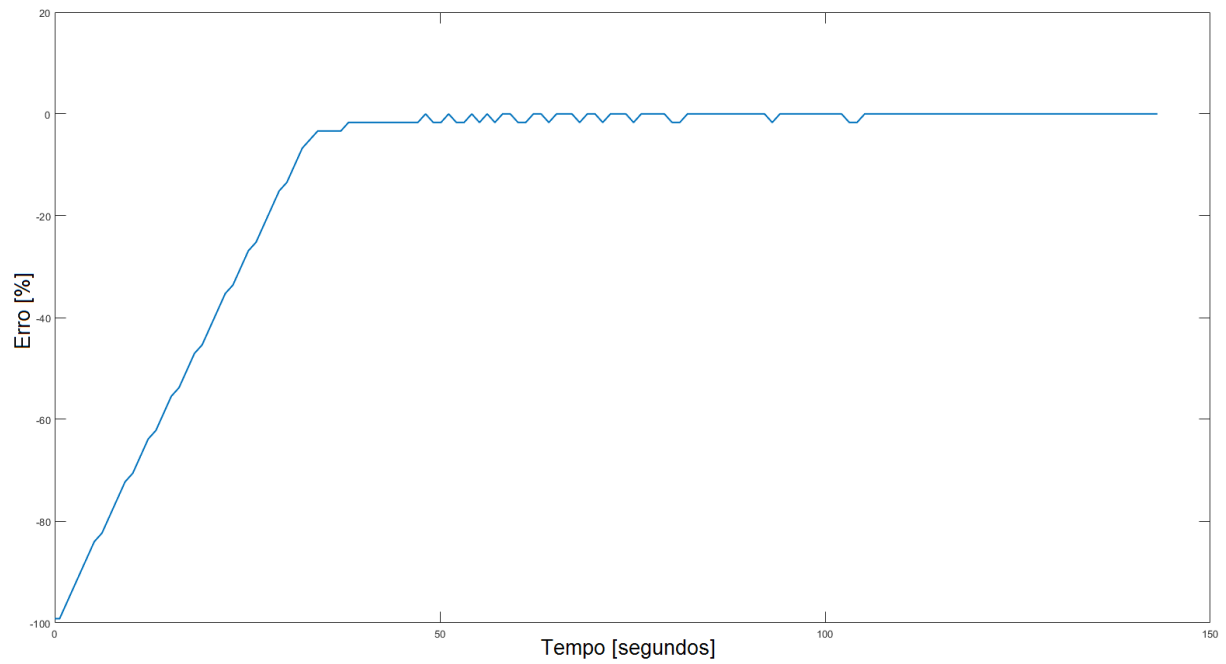


Figura 4.28: Evolução temporal do erro para a referência.

Um segundo teste foi feito, dessa vez com duas referências, sendo uma delas próxima à zona instável do sistema, enquanto a segunda referência em uma altura similar ao do primeiro teste. Isso ocorre também porque as amostras utilizadas para a modelagem não contemplaram as alturas para essa região, ou poucas amostras próximo a essa região foram utilizadas. Diferentemente da segunda parte da simulação, todos os testes posteriores de desempenho foram feitos com tempo de simulação de 500 segundos.

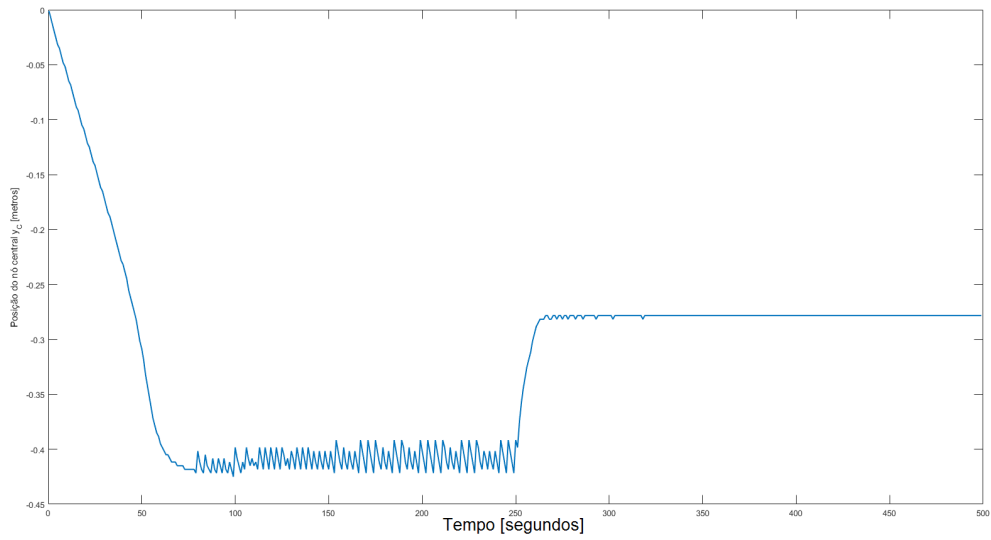


Figura 4.29: Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 1 segundo.

Analisando o sinal de controle, Figura 4.30, e o erro para a primeira referência, Figura 4.31, constatou-se que um dos problemas poderia ser o passo de tempo, que para o primeiro e segundos testes eram de 1 segundo.

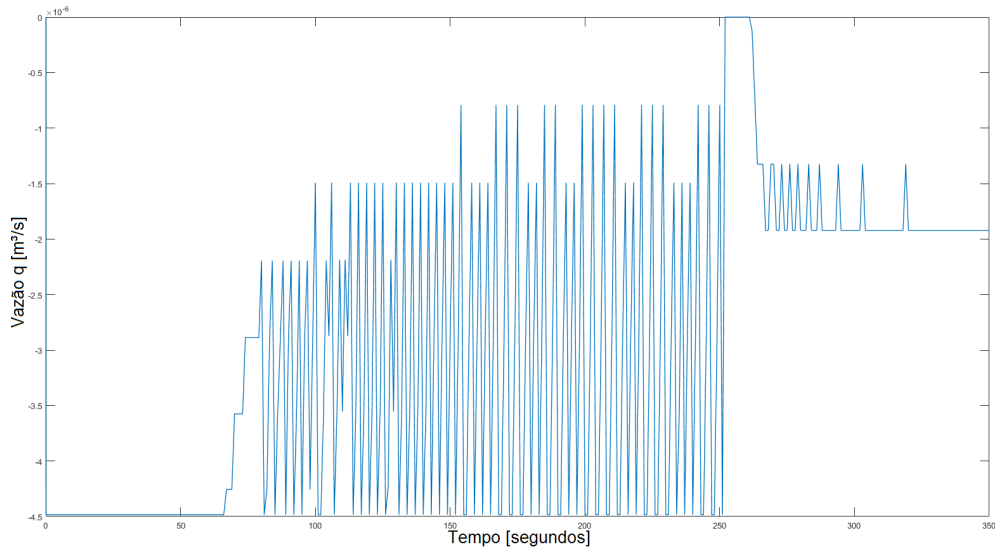


Figura 4.30: Evolução temporal do sinal de controle q , com um passo de 1 segundo.

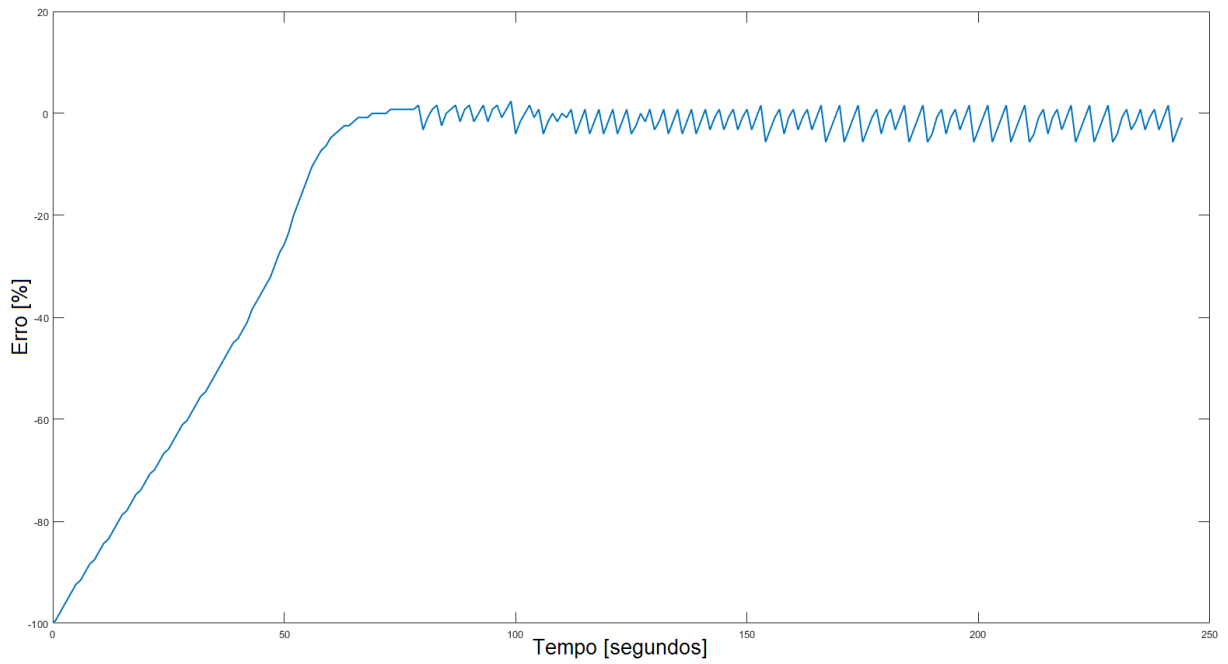


Figura 4.31: Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 1 segundo.

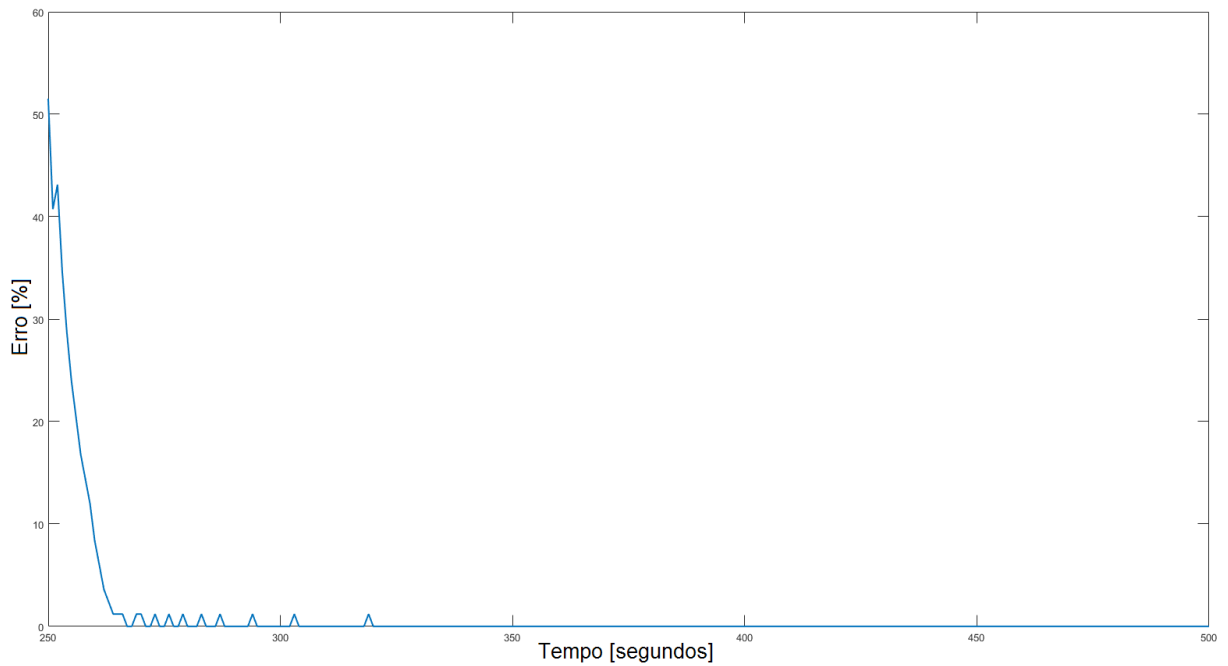


Figura 4.32: Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 1 segundo.

A Figura 4.33, permite-se visualizar essas oscilações na interface como um todo e não apenas no nó central. Essa análise demonstra que é possível se ter cones com alturas um maiores em relação ao sumidouro, que conseguem sobrepor interfaces de cones de alturas menores. Esse efeito se dá devido ao movimento de recuo do fluido, no momento em que o sistema de controle impõe um sinal de vazão menor que o para a altura referida.

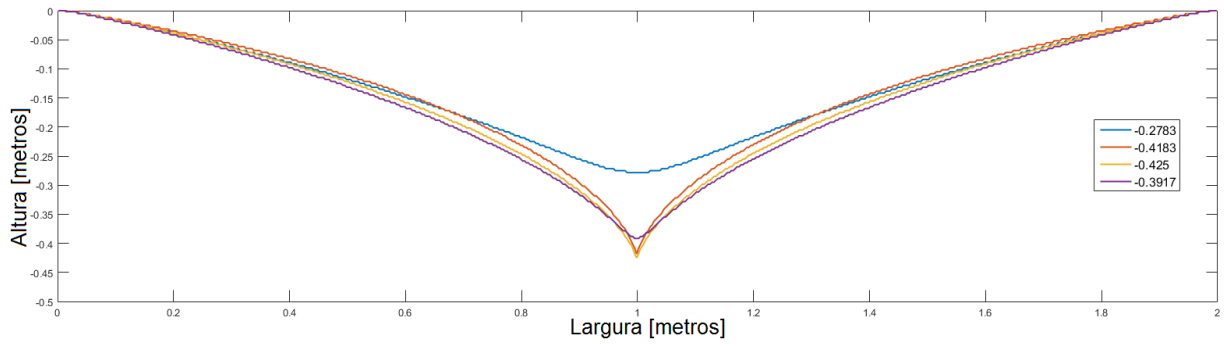


Figura 4.33: Interface estabilizada para menor referência -0.2782, e as amplitudes da oscilações para a primeira referência, com um passo de 1 segundo.

A partir desses fatores observados, tomou-se a decisão de alterar o passo de tempo da simulação para analisar o real efeito sobre os resultados. Foram feitos testes apenas com intervalos de tempo menores que 1 segundo, sendo eles 0,5 segundos e 250 milissegundos.

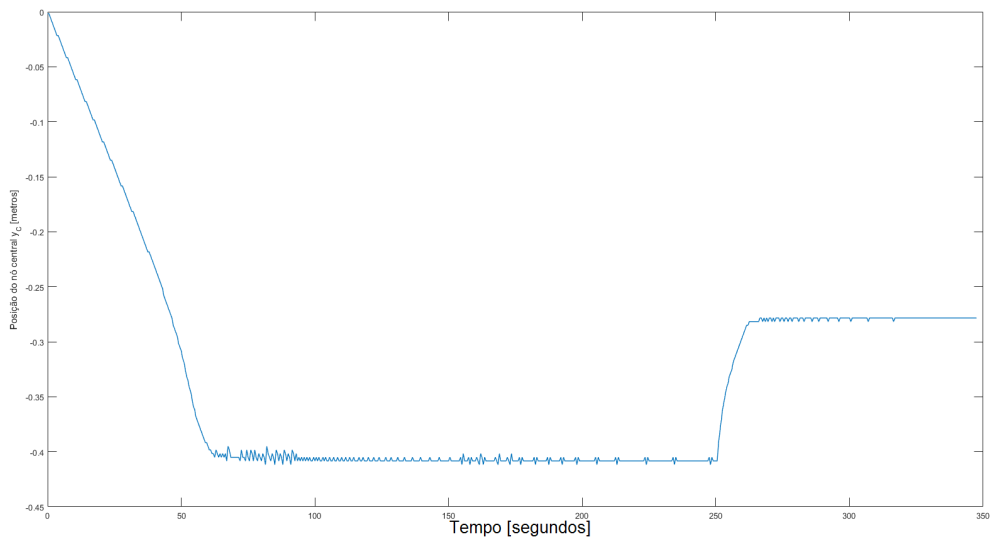


Figura 4.34: Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 0,5 segundos.

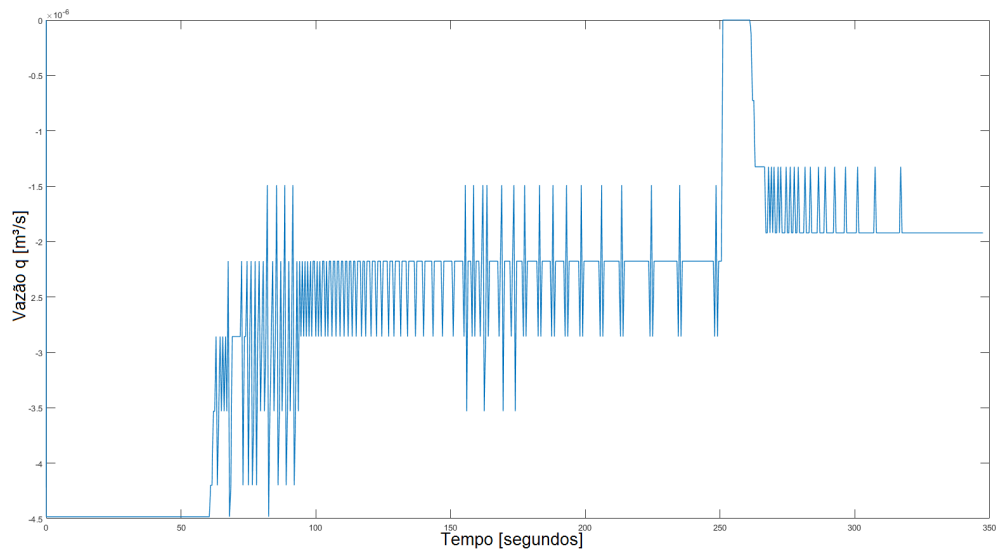


Figura 4.35: Vazão q para com duas referências, com um passo de 0,5 segundos.

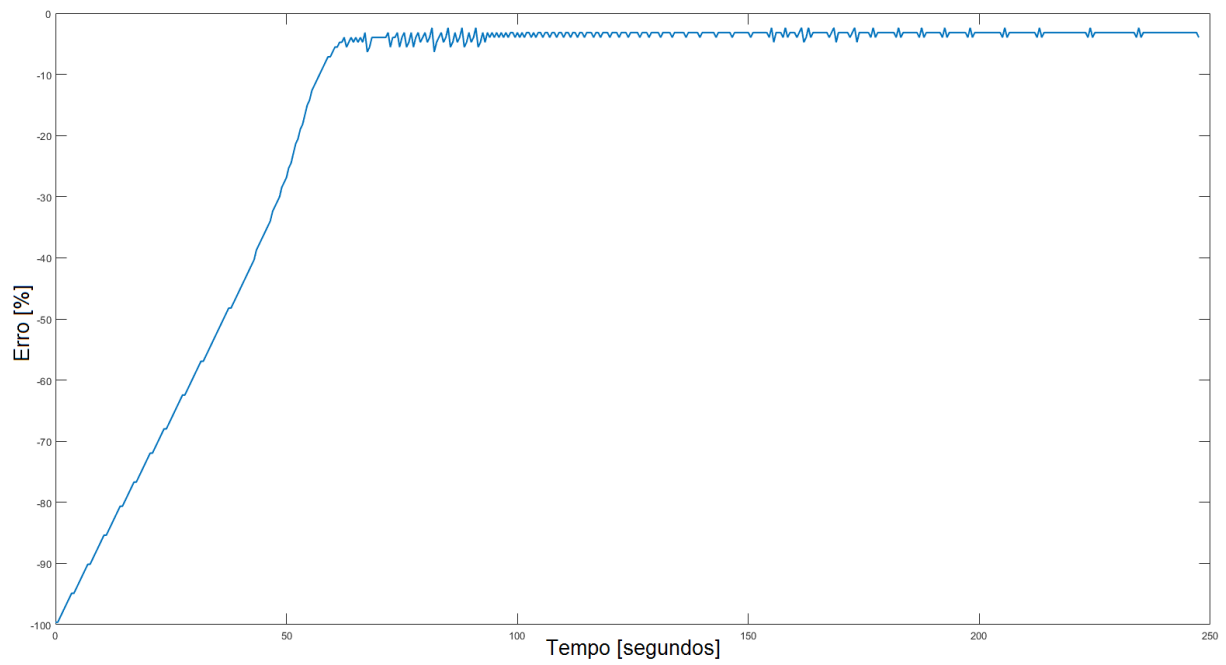


Figura 4.36: Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 0,5 segundos.

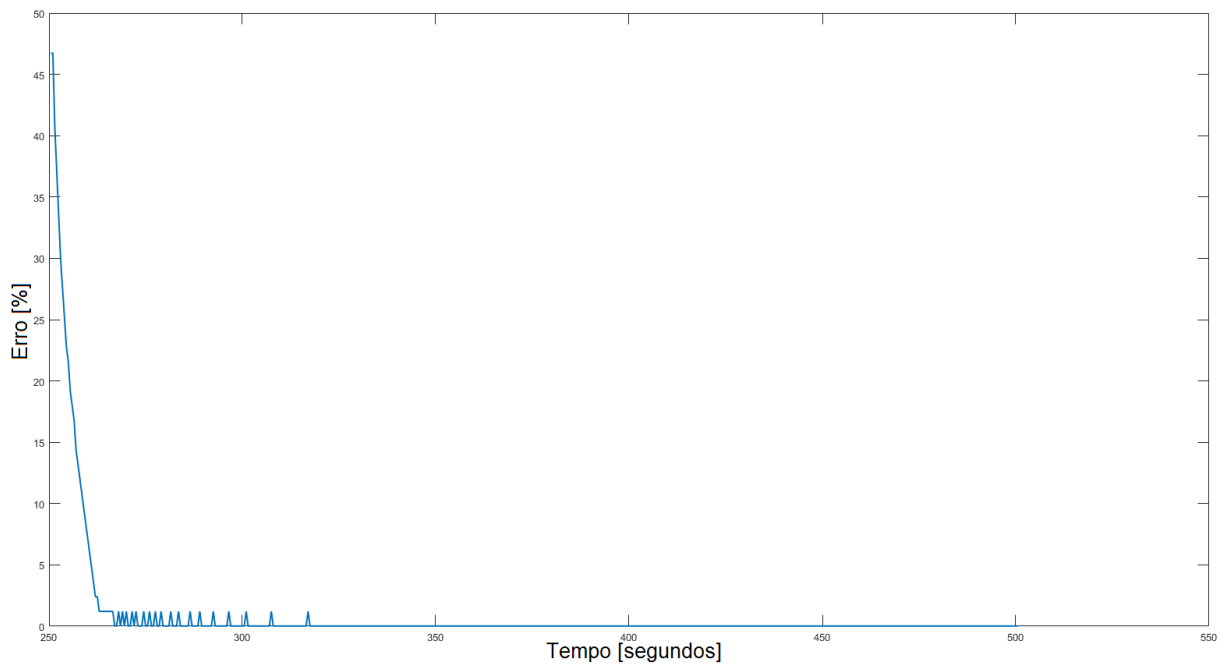


Figura 4.37: Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 0,5 segundos.

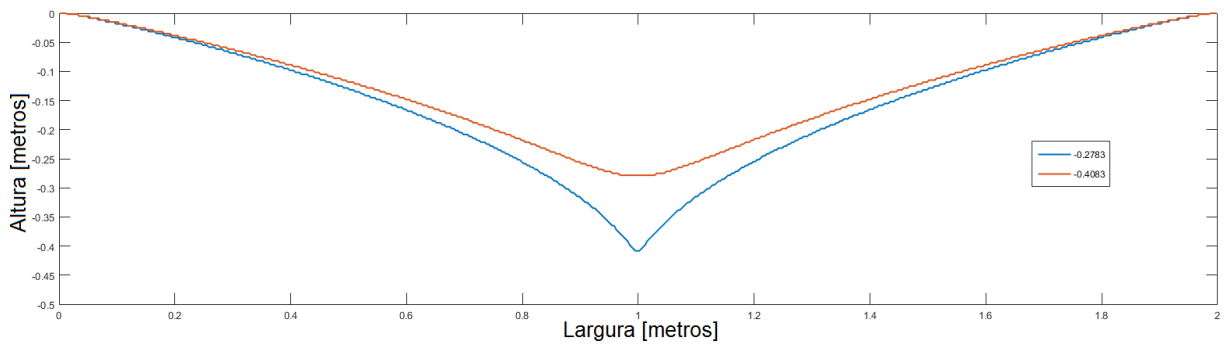


Figura 4.38: Interface estabilizada para cada uma referências, com um passo de 0,5 segundos.

Diminuindo o passo de tempo, ou seja, aumentando a frequência de amostragem do sistema reduziu as oscilações para alturas próximas à altura crítica, tanto em amplitude quanto em quantidade, como visto nas Figuras 4.34 e 4.39.

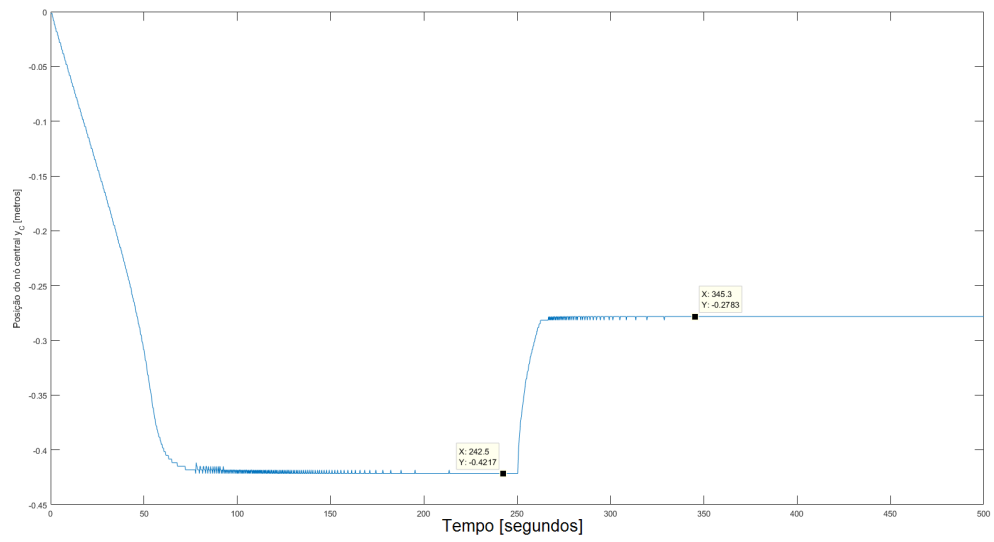


Figura 4.39: Posição de y_C de para com duas referências, com um passo de 0,25 segundos.

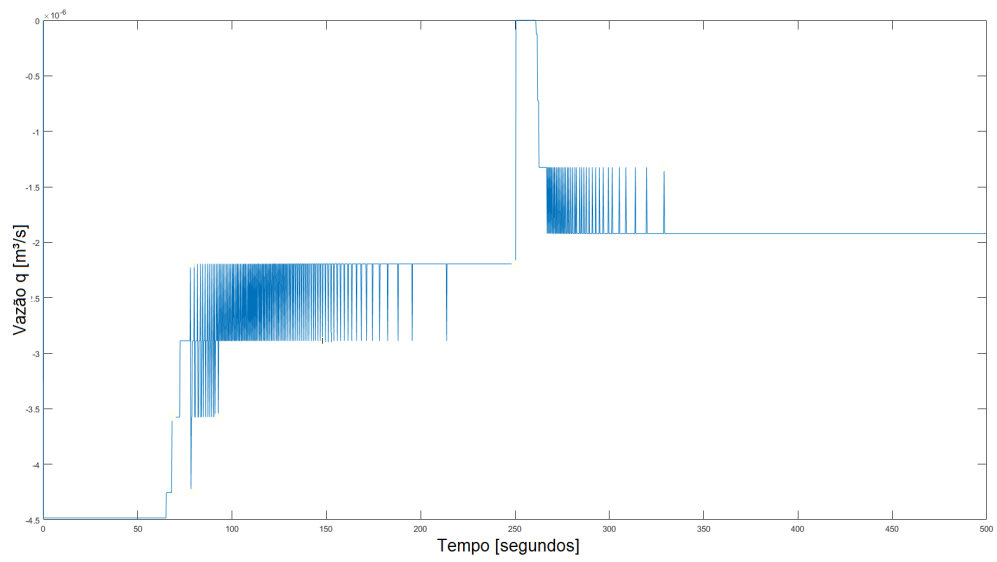


Figura 4.40: Vazão q para com duas referências, com um passo de 0,25 segundos.

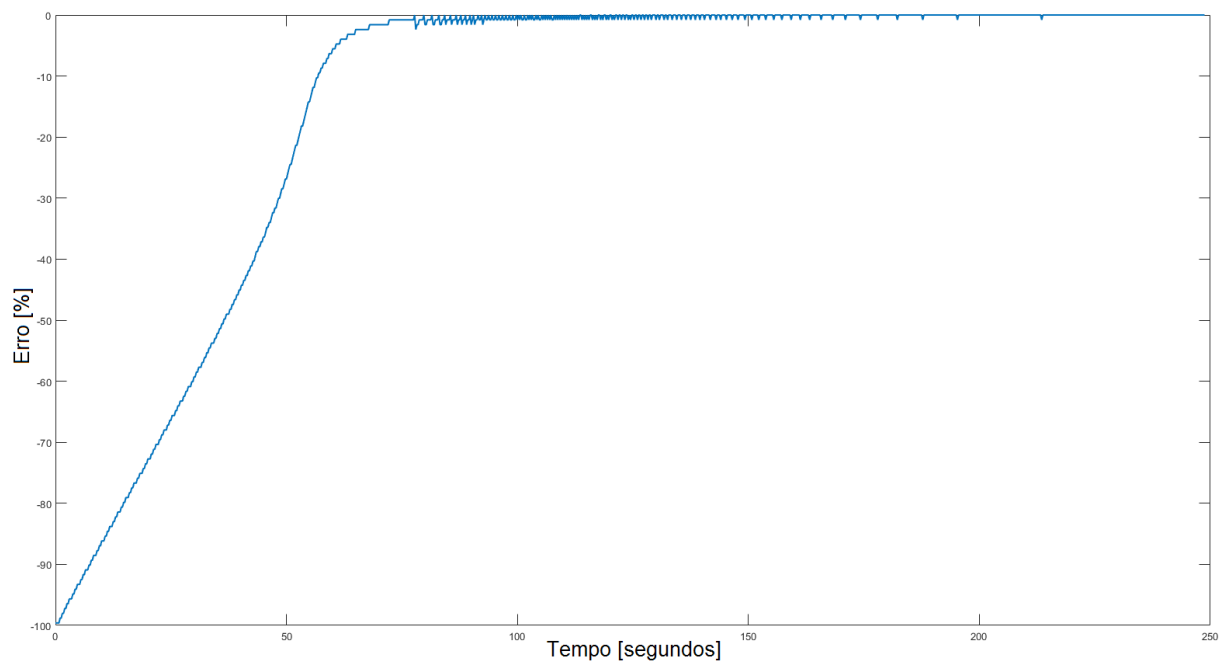


Figura 4.41: Evolução temporal do erro para primeira referência, com um passo de 0,25 segundos.

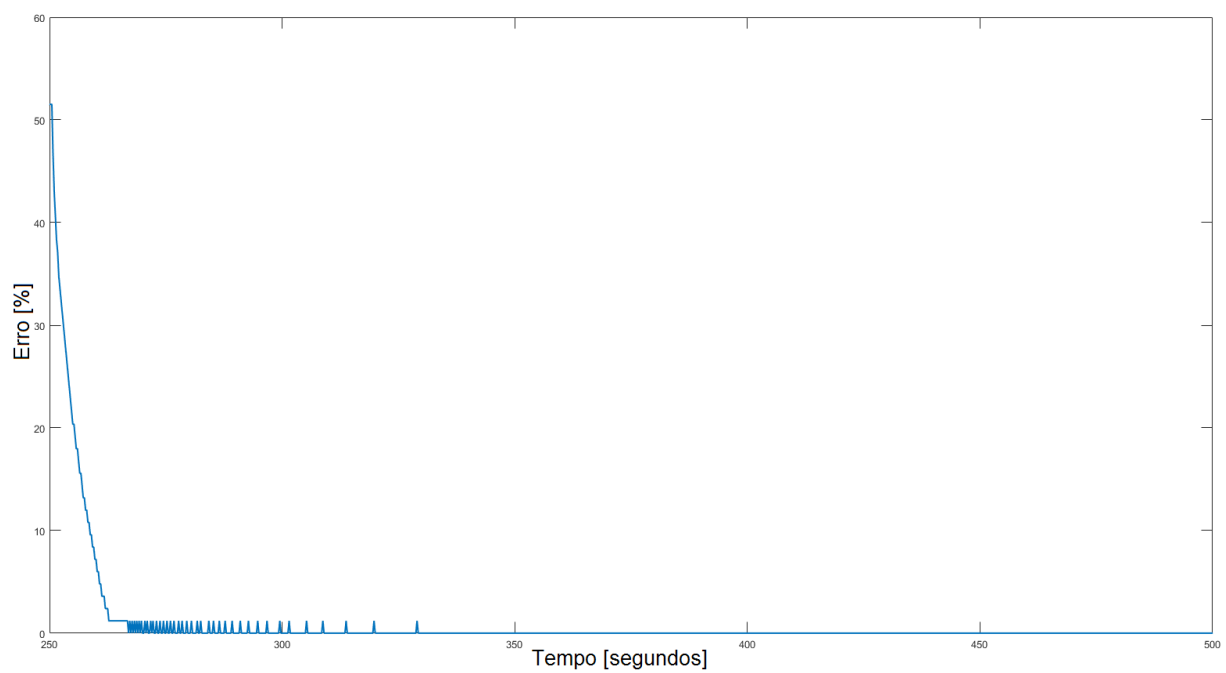


Figura 4.42: Evolução temporal do erro para segunda referência, com um passo de 0,25 segundos.

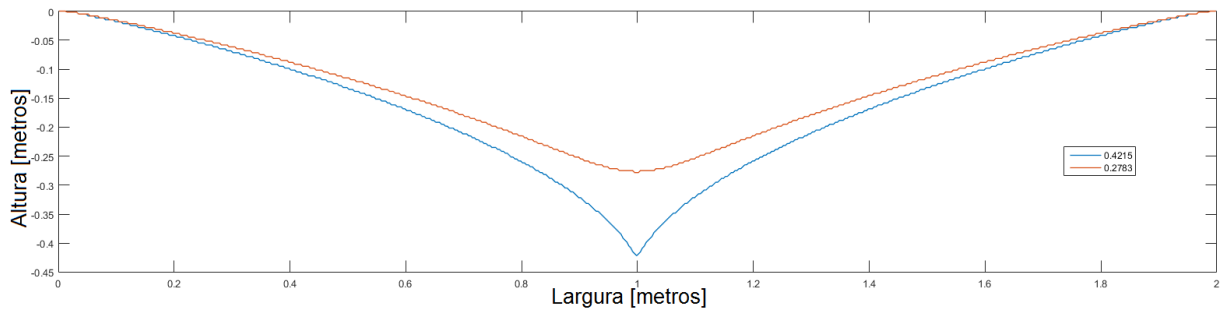


Figura 4.43: Interface estabilizada para cada uma referências.

Por fim, tem-se a evolução da interface até a altura crítica fornecida pelo MRST, que é de 0.0687 m acima do sumidouro, que é apaixonadamente à 17 milímetros da posição mais próxima do sumidouro atingível.

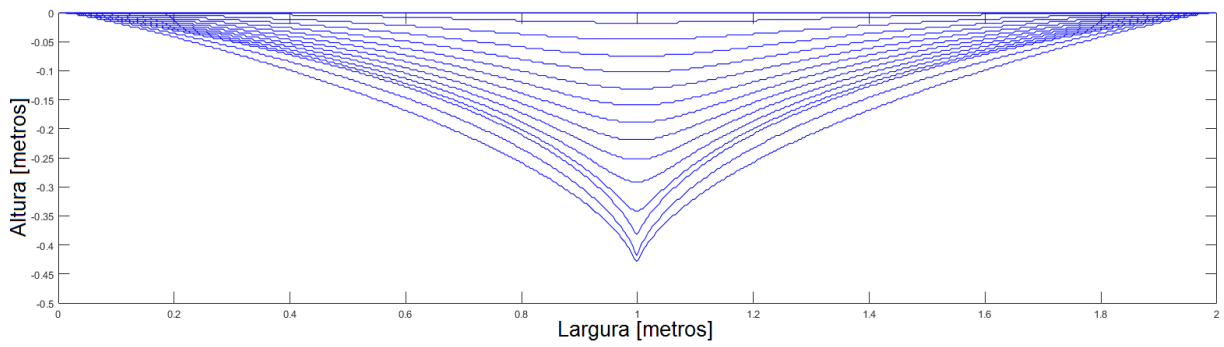


Figura 4.44: Evolução temporal da interface até altura crítica.

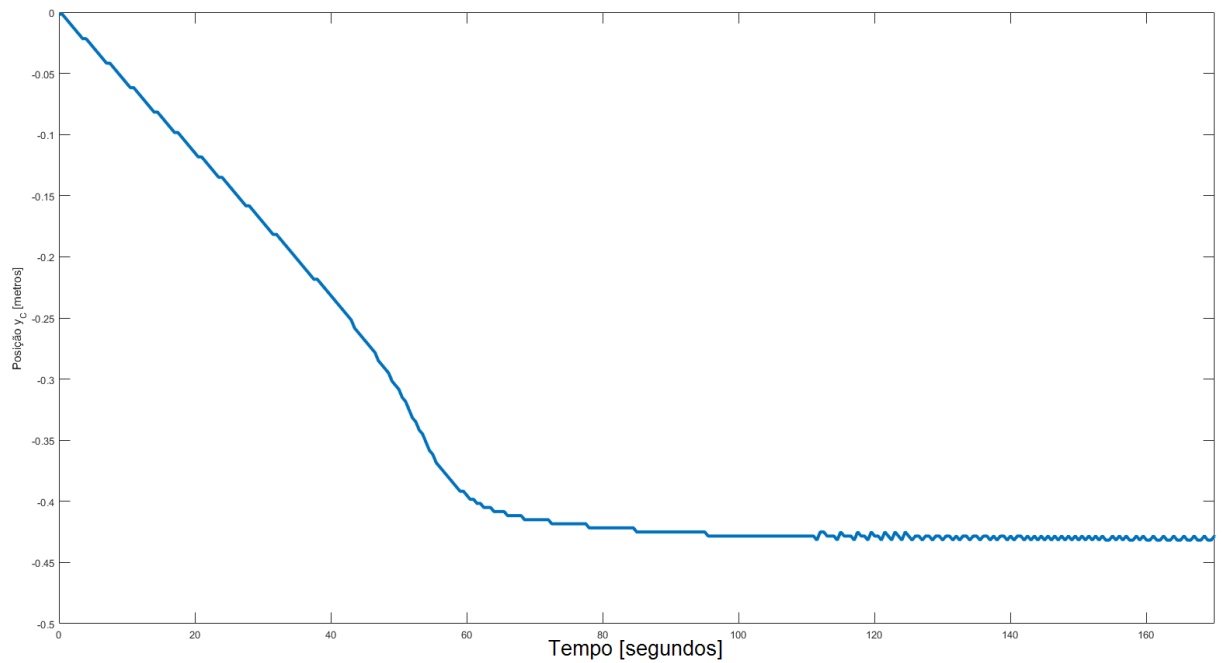


Figura 4.45: Posição de y_C para referência 0,4383 m , com um passo de 0,5 segundos.

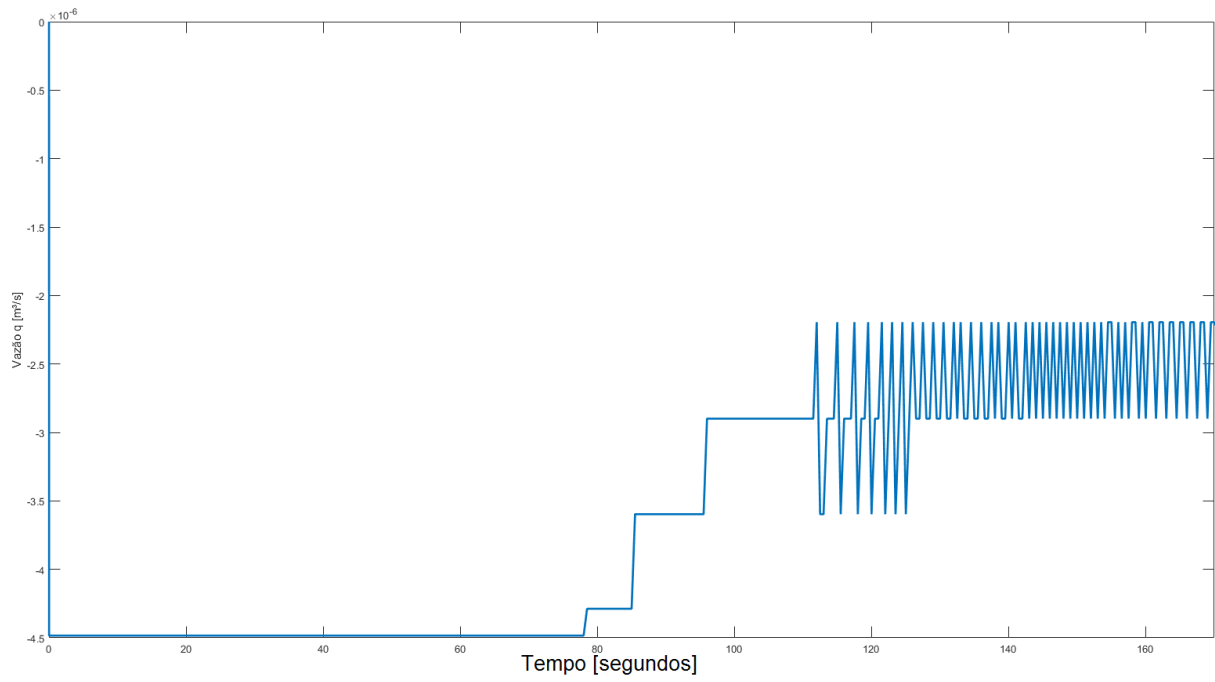


Figura 4.46: Vazão q para referência 0,4383 m , com um passo de 0,5 segundos.

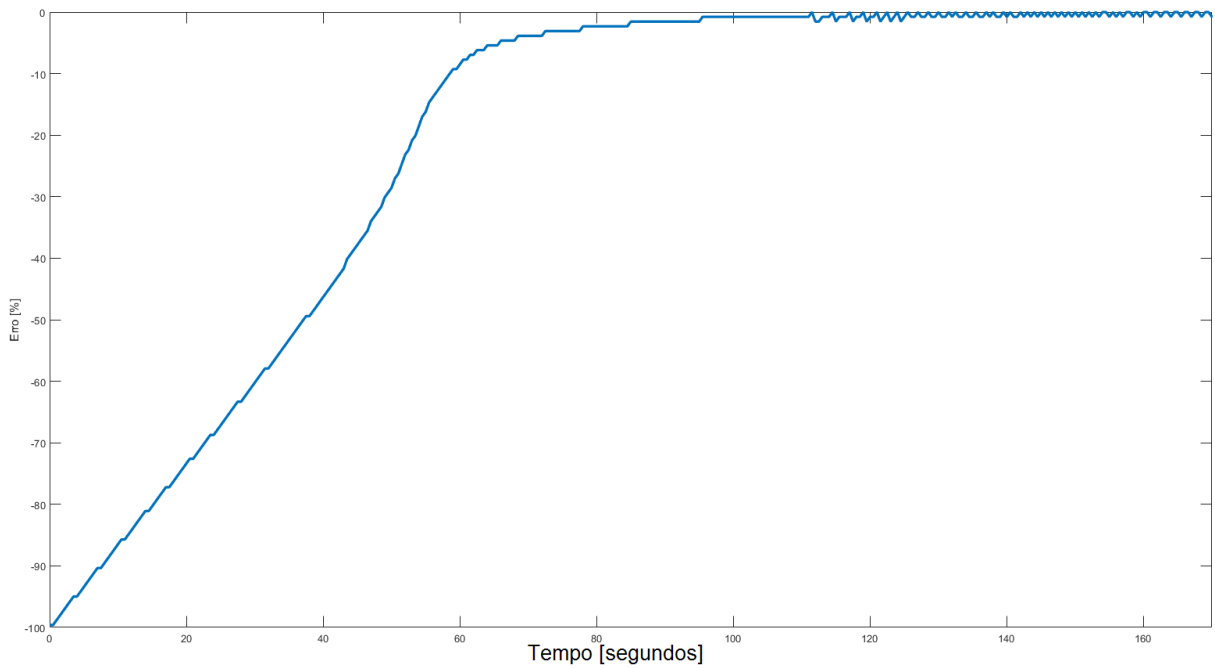


Figura 4.47: Evolução temporal do erro.

Com isso, pode-se inferir que os resultados demonstram uma boa performance do controle na tarefa de estabilização do cone de gás a uma altura imediatamente superior à altura crítica. Levando em consideração que, para alturas próximas do sumidouro, que se obtenha um resultado com um grau de oscilações menor, faz-se necessário modificar o passo de tempo de simulação do método numérico

Capítulo 5

Conclusão

Nesse manuscrito apresentou-se a descrição e validação do MRST como ferramenta de modelagem de fenômeno de cone de gás em reservatórios de petróleo. Os resultados alcançados, seguindo a metodologia aqui descrita, confirmam a validação MRST com outros métodos numéricos, e por indução, a validação com a forma analítica da descrição do cone de gás. Estudou-se também os efeitos da discretização do reservatório e quais consequências diretas e indiretas isso traz à modelagem do ponto de vista dinâmico.

Mostrou-se também a eficácia do uso da teoria de planicidade diferencial para a modelagem do sistema de controle, assim como também o MRST para simular esse sistema controlado. Adicionalmente uma breve análise sobre os efeitos do intervalo de tempo empregado à simulação foi feita, com relação à posição do nó central da interface glicerina-ar, se aproximando da zona de instabilidade do sistema, denominada altura crítica, que está relacionada à maior vazão que pode ser imposta ao sistema sem o rompimento do cone de gás.

Por fim, para trabalhos futuros duas abordagens são interessantes para o complemento deste. Uma análise mais profunda da parte computacional, envolvendo a discretização e a escolha dos intervalos de cálculos, e uma abordagem mais técnica, relacionada à engenharia de reservatórios. Além disso, propõem-se simulações tridimensionais, envolvendo geometrias mais reais, e se possíveis próximas das de reservatórios reais. Ressalta-se também a simulação de reservatórios confinados, onde a altura dos contornos laterais não são constantes, e vão diminuindo a medida que petróleo é recuperado, o que acontece em situações reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. J. Rosa, R. de Sousa Carvalho, and J. A. D. Xavier, *Engenharia de Reservatório de Petróleo*. Editora Interciência, 2006.
- [2] K.-A. Lie, *An Introduction to Reservoir Simulation Using MATLAB*. SINTEF ICT, Department of Applied Mathematics, Oslo, Norway, 2015.
- [3] H. Zhang, D. A. Bzhangarry, and G. C. Hocking, “Analysis of continuous and pulsed pumping of a phreatic aquifer,” *Advances in Water Resources*, Vol. 22, 6, 623-632., 1999.
- [4] L. M. I. Cordoba, “Simulação 2d e controle de Água,” jul 2013.
- [5] Globo-Ciência. (2012, may) Descoberto em 2007, pré-sal guarda 50 bilhões de barris de petróleo. [Online]. Available: <http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2012/05/descoberto-em-2007-pre-sal-guarda-50-bilhoes-de-barris-de-petroleo.html>
- [6] M. M. Soares and R. D. P. Simoes, *Análise de Escoamento Bifásico em Meio Poroso*. Brasil: Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, sep 2012.
- [7] B. Bailey, M. Cradtree, and J. Tyrie, *Water Control*. Oilfield Review, jan 2001.
- [8] J. O. d. A. Limaverde Filho, “Aplicação de controle não-linear para veículos marítimos e produção de petróleo,” Brasil, sep 2014.
- [9] J. O. d. A. Limaverde Filho, E. L. F. Fortaleza, and L. M. I. Cordoba, “Identification and nonlinear control strategy for two-dimensional gas coning problem,” *NOLCOS 2016, 10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, aug 2016.
- [10] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 2010.
- [11] N. S. Nise, *Control Systems Engineering*. Wiley, 2011.
- [12] L. Aguirre, *Introdução à Identificação de Sistemas - Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. Editora UFMG.
- [13] J. Levine, *Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness-Based Approach*. Springer, 2010.
- [14] H. Sira-Ramírez and S. K. Agrawal, *Differentially Flat Systems*. MarcelDekker, 2004.

ANEXOS